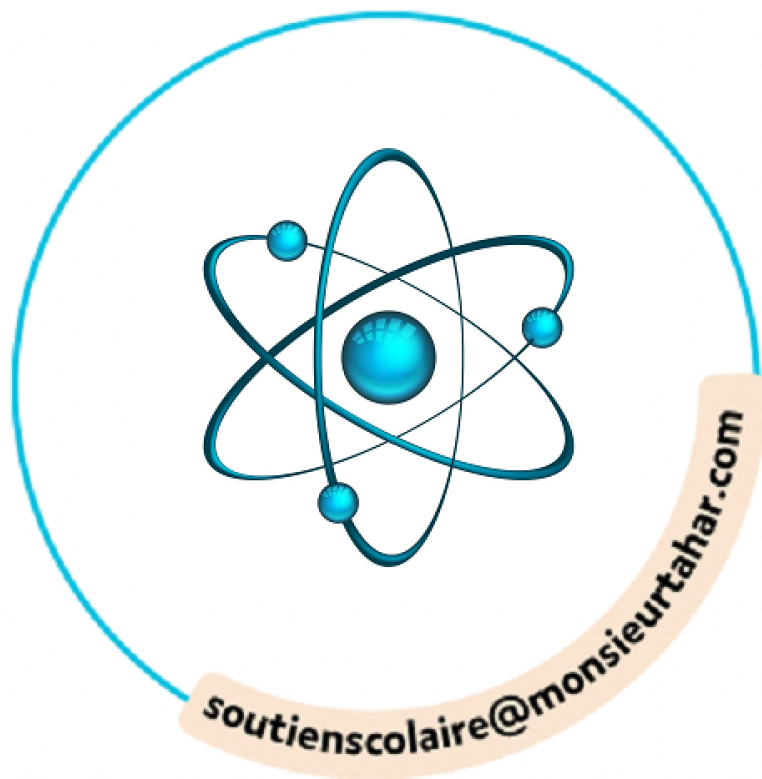
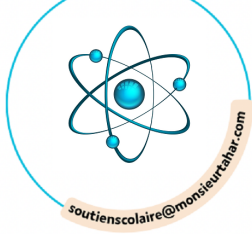


MATHS



CHAPITRE 11

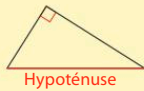


Triangles rectangles

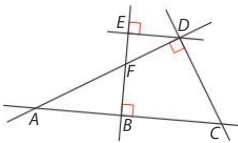
1

Utiliser le théorème de Pythagore

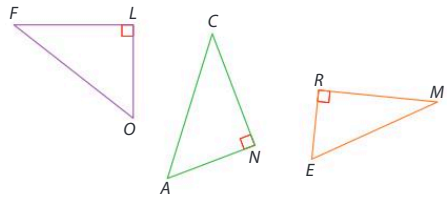
► Dans un triangle rectangle, le côté opposé à l'angle droit est le plus grand des trois côtés. On l'appelle l'**hypoténuse** du triangle.



1 Nommer tous les triangles rectangles tracés de cette figure et indiquer leur hypoténuse.

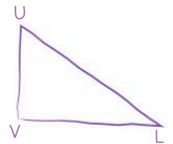


3 Citer l'hypoténuse de chacun des triangles rectangles ci-dessous et écrire les égalités de Pythagore associées.

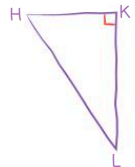


4 Pour chaque triangle dessiné à main levée ci-dessous, indiquer, en expliquant la réponse, s'il est possible d'écrire l'égalité de Pythagore, et l'écrire si c'est le cas.

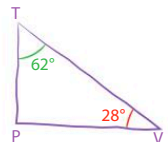
1.



2.



3.

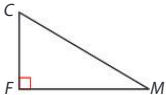


► Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés. C'est le **théorème de Pythagore**.

Autrement dit, si un triangle ABC est rectangle en A, alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

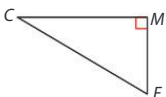
Cette égalité est appelée « **égalité de Pythagore** ».

2 Associer chaque triangle rectangle à l'égalité de Pythagore qui lui correspond.



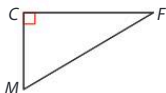
•

$$CF^2 = CM^2 + MF^2$$



•

$$MF^2 = MC^2 + CF^2$$



•

$$CM^2 = CF^2 + FM^2$$

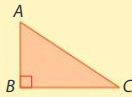


2

Calculer des longueurs avec le théorème de Pythagore



► Quand on connaît les longueurs de deux côtés d'un triangle rectangle, on peut **calculer la longueur du 3^e côté**.



• ABC est rectangle en B . D'après le théorème de Pythagore, $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

Cas 1 : $AB = 3$; $BC = 4$ **Cas 2** : $AC = 10$; $AB = 6$.

$$AC^2 = 3^2 + 4^2$$

$$10^2 = 6^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 9 + 16$$

$$BC^2 = 100 - 36$$

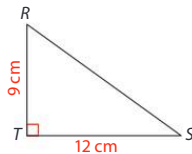
$$AC^2 = 25$$

$$BC^2 = 64$$

$$AC = 5$$

$$BC = 8$$

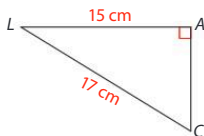
5 RST est un triangle rectangle en T tel que $RT = 12$ cm et $TS = 9$ cm. Calculer RS .



7 VIS est un triangle rectangle en V tel que $VS = 5$ dm et $VI = 12$ dm. Calculer IS .

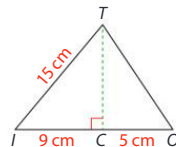
8 CAT est rectangle en C tel que $CA = 40$ m et $AT = 41$ m. Calculer CT .

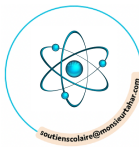
6 LAC est triangle rectangle en A avec $LA = 15$ cm et $LC = 17$ cm. Calculer AC .



9 **MODE EXPERT**

Dans le triangle TOI , C est le pied de la hauteur issue de T . Calculer TO .





3

Utiliser la racine carrée

► La **racine carrée** d'un nombre positif a est le nombre positif dont le carré est égal a . Elle est notée $\sqrt{a}$.

• $\sqrt{25} = 5$ car $5^2 = 25$.

10 Les nombres suivants ont-ils une racine carrée ? Si oui, laquelle ? Justifier.

a. 121 : _____

b. -25 : _____

c. 0 : _____

11 Les nombres suivants ont-ils une racine carrée ? Si oui, laquelle ? Justifier.

Tu peux utiliser la touche $\sqrt{\quad}$ de la calculatrice.



a. 2,56 : _____

b. 13 : _____

c. -100 : _____

d. $(-7)^2$: _____

12 Compléter le tableau suivant.

a				$(-3)^2$
$\sqrt{a}$	4		1,3	
a^2		16		

13 À l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée au centième des nombres suivants.

a. $\sqrt{10}$: _____

b. $\sqrt{2}$: _____

c. $\sqrt{23,63}$: _____

14 **MODE EXPERT** Un carré a pour aire 32 cm^2 . Trouver une valeur approchée au mm du côté de ce carré.

► Un **carré parfait** est le carré d'un nombre entier.

• 144 est un carré parfait car $12^2 = 144$

15 Compléter sans calculatrice.

$\sqrt{100} = \quad$ $\sqrt{\quad} = 4$

$\sqrt{\quad} = 5$ $\sqrt{121} = \quad$

$\sqrt{256} = \quad$ $\sqrt{\quad} = 9$

$\sqrt{\quad} = 6$ $\sqrt{169} = \quad$

16 Sans calculatrice, donner un encadrement à l'unité des nombres suivants.

a. $\sqrt{30}$

$25 < 30 < 36$ donc $\sqrt{30} < \quad$.

b. $\sqrt{113}$

$\quad < 113 < \quad$ donc $\sqrt{113} < \quad$.

c. $\sqrt{57}$

17 Sans calculatrice, entourer les racines carrées qui sont des nombres entiers.

$\sqrt{64}$ $\sqrt{120}$ $\sqrt{0}$ $\sqrt{13}$ $\sqrt{49}$

18 **MODE EXPERT** Dans chaque cas, trouver le nombre a positif qui vérifie l'égalité donnée.

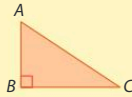
a. $3^2 + 4^2 = a^2$,

b. $8^2 + 15^2 = a^2$,

c. $5^2 + a^2 = 13^2$,



► Quand on connaît les longueurs de deux côtés d'un triangle rectangle, on peut calculer la longueur du 3^e côté.



• ABC est rectangle en B . D'après le théorème de Pythagore : $AC^2 = AB^2 + BC^2$

Cas 1 : $AB = 3$; $BC = 5$ **Cas 2 :** $AC = 10$; $AB = 2$.

$$AC^2 = 3^2 + 5^2$$

$$10^2 = 2^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 9 + 25$$

$$BC^2 = 100 - 4$$

$$AC^2 = 34$$

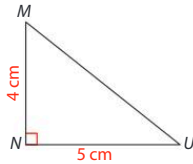
$$BC^2 = 96$$

$$AC = \sqrt{34} \approx 5,8$$

$$BC = \sqrt{96} \approx 9,8$$

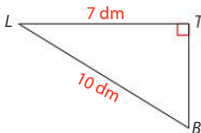
19 MUN est un triangle rectangle en N tel que : $MN = 4$ cm et $NU = 5$ cm.

Calculer une valeur approchée de MU au mm.



20 TLB est rectangle en T avec $LT = 7$ dm et $LB = 10$ dm.

Calculer une valeur approchée de TB au mm près.



21 POL est un triangle rectangle en L tel que $PL = 3,4$ cm et $LO = 2,5$ cm.

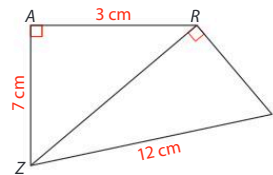
Calculer une valeur approchée de OP au cm.

22 HBC est un triangle rectangle en H tel que $HB = 4$ cm et $BC = 11,5$ cm.

Calculer une valeur approchée de CH au mm.

23 **MODE EXPERT**

On considère le quadrilatère $RAZI$ ci-dessous.



Calculer la valeur exacte de RI .

► On considère un triangle ABC .

Si $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors le triangle ABC est rectangle en A .

C'est la **réci-proque du théorème de Pythagore**.

24 EFG est un triangle tel que $EF = 5$ cm, $EG = 12$ cm et $FG = 13$ cm.

1. Si le triangle EFG était un triangle rectangle, quelle serait son hypoténuse ?

2. Compléter et démontrer que EFG est bien un triangle rectangle.

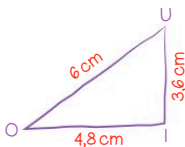
$FG^2 =$

$EF^2 + EG^2 =$

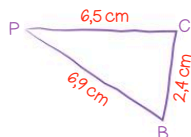
On constate que

- Soit ABC un triangle dont le plus grand côté est $[BC]$. Pour déterminer si ABC est un triangle rectangle, on compare BC^2 et $AB^2 + AC^2$.
- Si $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors le triangle ABC est rectangle en A .
- Si $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$, alors le triangle ABC n'est pas rectangle.

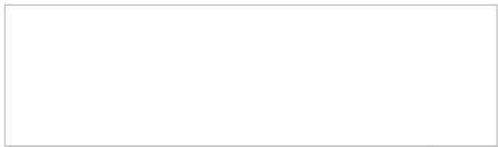
25 Le triangle OUI est-il rectangle ? Justifier.



26 Le triangle PCB est-il rectangle ? Justifier.

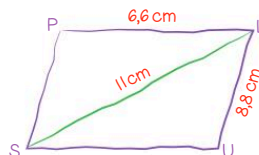


27 1. Construire un triangle PIF tel que $PI = 3,9$ cm, $IF = 2,8$ cm et $PF = 2$ cm.



2. Le triangle PIF est-il rectangle ? Justifier la réponse.

28 **MODE EXPERT** On considère le parallélogramme $PLUS$ dessinée à main levée ci-dessous.



Démontrer que ce parallélogramme est un rectangle.

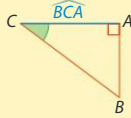
6

Calculer le cosinus d'un angle aigu

► Dans un triangle rectangle, le **côté adjacent d'un angle aigu** est le côté de l'angle qui n'est pas l'hypoténuse.

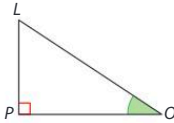
- Le côté adjacent à l'angle $\widehat{BCA}$ est le côté $[AC]$.

Côté adjacent à

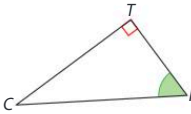


29 Pour chaque triangle rectangle, nommer l'angle marqué en vert ainsi que son côté adjacent.

a.



b.



► Soit ABC un triangle rectangle en A .

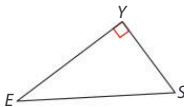
Le **cosinus** de l'angle $\widehat{ACB}$, qui est noté $\cos \widehat{ACB}$, est le rapport :

$$\cos \widehat{ACB} = \frac{\text{longueur du côté adjacent à } \widehat{ACB}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$$

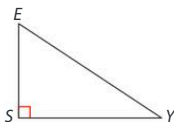
► Le cosinus d'un angle aigu est toujours compris entre 0 et 1.

30 Pour chaque triangle, donner les expressions du cosinus de l'angle YES .

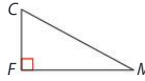
a.



b.



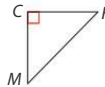
31 Relier chaque figure au cosinus qui lui correspond.



• $\cos \widehat{CFM} = \frac{CF}{FM}$



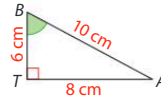
• $\cos \widehat{MCF} = \frac{FC}{CM}$



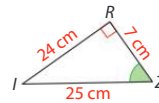
• $\cos \widehat{CFM} = \frac{MF}{CF}$

32 Pour chaque triangle, calculer le cosinus de l'angle vert.

a.



b.



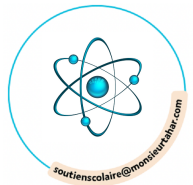
33 Arthur a fini son exercice et il a écrit $\cos \widehat{BAT} = 2,7$. Sans faire aucun calcul, Perceval lui dit qu'il s'est trompé. Comment a-t-il fait ?

34 **MODE EXPERT** Compléter le tableau.

Dans le triangle...	rectangle en...	on a...	égal à
ABC	C	$\cos \widehat{CBA}$	
DEF	F	$\cos$	$\frac{FD}{DE}$
		$\cos \widehat{IHG}$	$\frac{IH}{GH}$
	L	$\cos \widehat{LIJ}$	



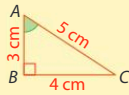
Déterminer un angle dans un triangle rectangle



Dans un triangle rectangle, on peut déterminer la mesure d'un angle en calculant son cosinus et en utilisant la calculatrice.

Dans le triangle rectangle ABC ci-contre, on a :

$$\cos \widehat{A} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{5} = 0,6$$



Avec la calculatrice, on tape :

TI	2nde	arccos	0	,	6	entrer
Casio	SECONDE	Arccos E	0	,	6	EXE
Numworks	shift	arccos H	0	,	6	EXE

La valeur approchée de la mesure de l'angle $\widehat{A}$ ainsi obtenue est $\widehat{A} = 53^\circ$.

35 Dans chaque cas, calculer une mesure approchée au degré près de l'angle.

a. $\cos \widehat{A} = 0,5$:

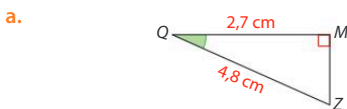
b. $\cos \widehat{B} = 0,72$:

c. $\cos \widehat{C} = 0,21$:

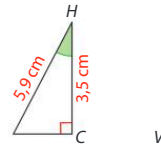
36 $\widehat{ABC}$ est un angle aigu. Compléter le tableau.

Angle arrondi au degré	Cosinus de l'angle arrondi au centième
$\widehat{ABC}$ _____	$\cos \widehat{ABC} = 0,86$
$\widehat{ABC} = 27^\circ$	$\cos \widehat{ABC}$ _____
$\widehat{ABC} = 74^\circ$	$\cos \widehat{ABC}$ _____
$\widehat{ABC}$ _____	$\cos \widehat{ABC} = 0,45$
$\widehat{ABC} = 45^\circ$	$\cos \widehat{ABC}$ _____
$\widehat{ABC}$ _____	$\cos \widehat{ABC} = 0,3$

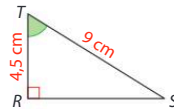
37 Pour chaque triangle, calculer le cosinus de l'angle vert, puis en déduire une mesure approchée de cet angle au dixième de degré près.



b.

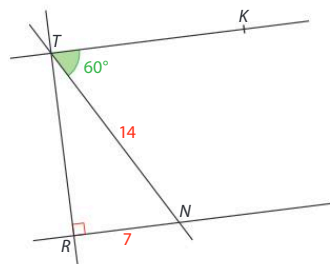


c.



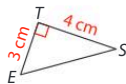
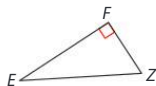
38 PAC est un triangle rectangle en P tel que $AC = 5,5$ cm et $AP = 3,3$ cm. Déterminer une mesure approchée au degré de l'angle $\widehat{PAC}$.

39 **MODE EXPERT** Démontrer que les droites (RN) et (TK) sont parallèles.



40 Parcours ceinture jaune

1. Calculer 5^2 .
2. Quel nombre au carré donne 16 ?
3. Écrire l'égalité de Pythagore pour le triangle rectangle ci-contre.

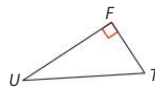


4. Combien mesure $[SE]$?

5. $HI = 6$ cm ; $HJ = 8$ cm et $IJ = 10$ cm.

IJH est-il rectangle ?

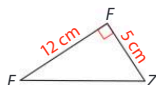
6. A-t-on $\cos \widehat{FUT} = \frac{FU}{UT}$?



7. $\cos \widehat{OMP} = \frac{3}{6}$. Combien mesure l'angle $\widehat{OMP}$?

41 Parcours ceinture verte

1. Calculer 11^2 .
2. Quel nombre au carré donne 81 ?
3. Écrire l'égalité de Pythagore pour le triangle rectangle HUG d'hypoténuse $[HU]$.

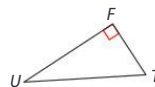


4. Combien mesure $[EZ]$?

5. $HA = 7$; $HM = 25$ cm et $MA = 24$ cm.

HAM est-il rectangle ?

6. A-t-on $\cos \widehat{FUT} = \frac{UT}{FU}$?

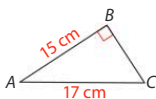


7. $\cos \widehat{OMP} = 0,45$.

Donner une valeur approchée de $\widehat{OMP}$ au degré.

42 Parcours ceinture noire

1. Calculer le carré de 13.
2. Calculer $\sqrt{144}$.
3. Écrire l'égalité de Pythagore pour le triangle rectangle en V .

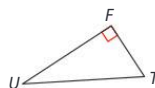


4. Combien mesure $[BC]$?

5. $LE = 10$ cm ; $SE = 24$ cm et $SL = 26$ cm.

SEL est-il rectangle ?

6. A-t-on $\cos \widehat{FUT} = \frac{FT}{FU}$?



7. $\cos \widehat{OMP} = \frac{1}{3}$.

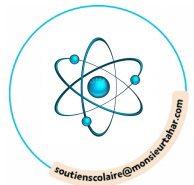
Donner une valeur approchée de $\widehat{OMP}$ au degré.

Problèmes

ceinture
jaune

ceinture
verte

ceinture
noire

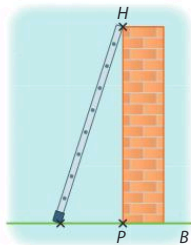


43 Mur

Modéliser, Calculer

Une échelle de 6 m de hauteur est adossée à un mur perpendiculaire au sol. Le haut de l'échelle est posé exactement au sommet H du mur et le pied P de l'échelle est à 2 m du mur.

► Calculer la hauteur exacte du mur, puis sa valeur arrondie au cm.

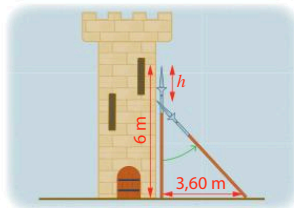


2. Calculer la longueur EC , puis son arrondi au mm près.

45 D'après DNB Centres étrangers 2014

Chercher, Calculer

Une lance, longue de 6 m, est posée verticalement le long d'une tour considérée comme perpendiculaire au sol.

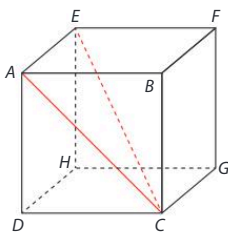


► Si on éloigne l'extrémité de la lance qui repose sur le sol de 3,6 m de la tour, de combien descend l'autre extrémité de la lance le long du mur ?

44 Dans un cube

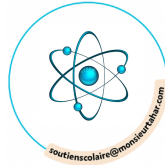
Calculer

$ABCDEFGH$ est un cube de 5 cm d'arête.



On veut calculer la longueur de la grande diagonale $[EC]$ sachant que le triangle AEC est rectangle en A .

1. Calculer la longueur AC .



46 Étagère

Calculer, Modéliser

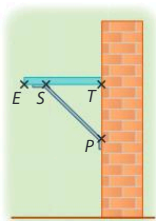
On a fixé au mur une étagère $[ET]$ en la soutenant par un support $[SP]$.

$ST = 8,8$ cm ; $TP = 16,5$ cm ;

$SP = 18,7$ cm.

On suppose que le mur est vertical.

L'étagère est-elle horizontale ?



2. De combien de degrés l'inclinaison a-t-elle été corrigée ?

48 À la bonne hauteur

Communiquer, Chercher

Sur une échelle, on peut lire la consigne suivante d'utilisation pour assurer la sécurité des personnes : l'angle formé entre le sol et l'échelle doit être compris entre 65° et 75° .

Romain pose contre un mur perpendiculaire au sol l'échelle de 13 m de long et dont les pieds sont situés à 5 m de la base du mur.

1. Quelle hauteur Romain peut-il atteindre ?

47 Tour de Pise

Modéliser, Calculer

La Tour de Pise est célèbre grâce à son inclinaison caractéristique.

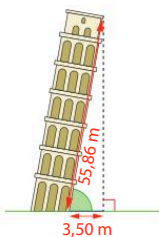
En 1993, l'angle formé avec le sol était de $84,34^\circ$.

Des travaux ont alors été entrepris pour permettre de corriger l'inclinaison avant que l'irréparable ne se produise. La tour mesure 55,86 m. Aujourd'hui, lorsque le soleil est au zénith, l'ombre projetée mesure 3,50 m.



1. Calculer l'angle d'inclinaison de la tour avec le sol (en vert sur le schéma).

Donner une valeur approchée au centième.



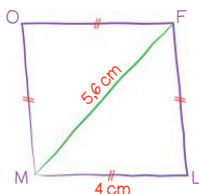
2. Romain a-t-il respecté les consignes de sécurité en posant l'échelle ?



49 D'après DNB Inde 2012

Communiquer, Reasonner

Voici la figure à main levée d'un quadrilatère.



1. Pourquoi peut-on affirmer que $OELM$ est un losange ?

2. Marie soutient que $OELM$ est un carré, mais Charlotte est sûre que ce n'est pas vrai. Qui a raison ? Pourquoi ?

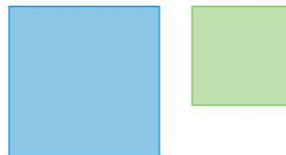
2. a. Montrer que la longueur du trajet SI entre les deux gares est 1 100 m.

b. Calculer une valeur approchée de l'angle $\widehat{SIL}$. On arrondira à un degré près.

51 À l'ancienne

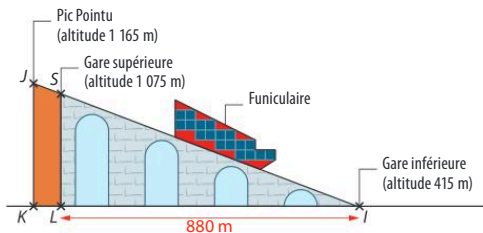
Chercher, Représenter

Sans mesurer, ni calculer, construire un carré dont l'aire est la somme des aires de ces deux carrés. Expliquer la démarche.



50 D'après DNB Amérique du Sud 2013

Calculer, Modéliser



Sur le dessin, les points I , L et K sont alignés, ainsi que I , S et J .

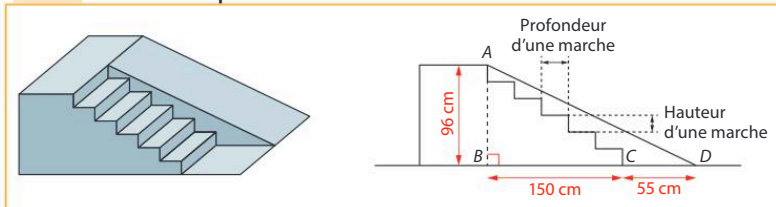
1. À l'aide des altitudes fournies, déterminer les longueurs SL et JK .

Tâche complexe

52

Une ville a construit une structure pour un skate-park, constituée d'un escalier de six marches identiques permettant d'accéder à un plan incliné dont la hauteur est de 96 cm.

Doc 1 Plan du skatepark



Doc 2 Normes de construction de l'escalier

$$60 \leq 2h + p \leq 65$$

où h est la hauteur d'une marche
et p la profondeur d'une marche, en cm.

Doc 3 Demandes des habitués du skatepark

- Longueur du plan incliné (c'est-à-dire la longueur AD) comprise entre 2,20 m et 2,50 m.
- Angle formé par le plan incliné avec le sol (ici l'angle $\widehat{BDA}$) compris entre 20° et 30° .

► Les normes de construction de l'escalier sont-elles respectées et les demandes des habitués du skatepark pour le plan incliné sont-elles satisfaites ?



Le jeu

L'arbre de Pythagore

Construire cet arbre de Pythagore constitué de carrés, sachant que le côté du grand carré mesure 5 cm. La construction doit se faire en binôme, chacun faisant une moitié de la figure.



Le défi

Trop de nœuds !

Cette corde est constituée de 13 nœuds, avec le même espace entre chaque. Comment se servir de cette corde pour vérifier l'existence d'angles droits ?

