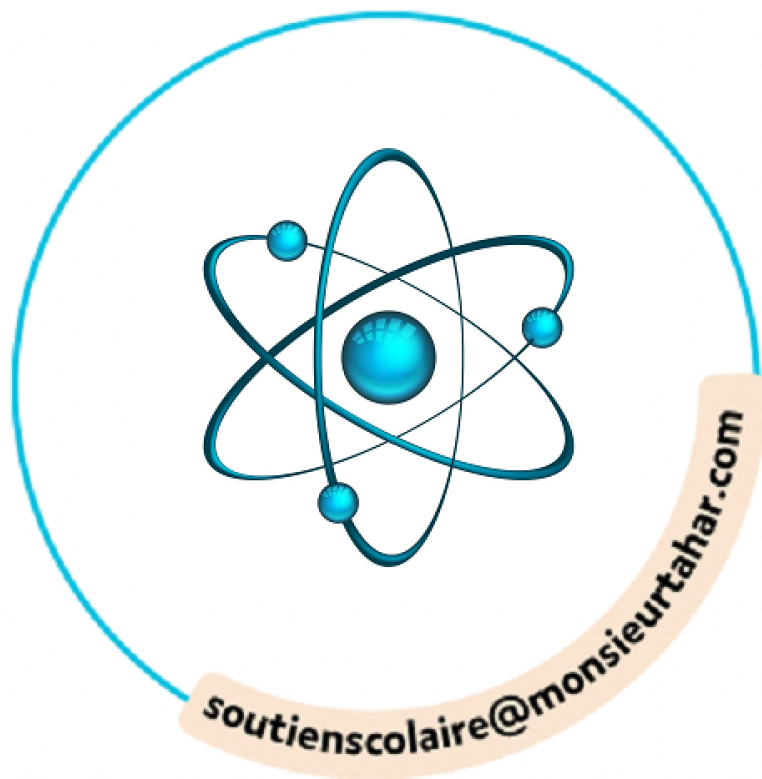
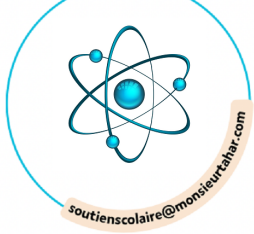


MATHS



CHAPITRE 12



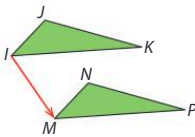
Triangles et parallélogrammes

1

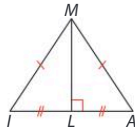
Découvrir les triangles égaux

► Deux triangles sont **égaux** lorsque leurs côtés sont deux à deux de même longueur.

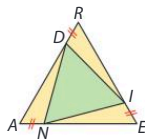
1 IJK est un triangle et MNP son image par la translation de vecteur $\vec{IM}$. Justifier que les triangles IJK et MNP sont égaux.



2 Dans la figure ci-contre, I , L et A sont trois points alignés. Justifier que MLI et MLA sont deux triangles égaux.



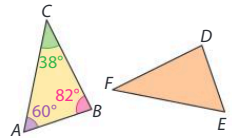
3 **MODE EXPERT** Dans la figure ci-contre, ARE et DIN sont des triangles équilatéraux. D , N et I sont des points appartenant respectivement aux segments $[AR]$, $[AE]$ et $[RE]$ tels que $DR = IE = AN$.



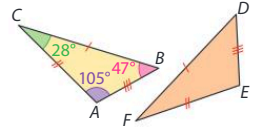
Prouver que les triangles DRI , INE et ADN sont égaux.

► Si deux triangles sont égaux, alors leurs angles sont deux à deux de même mesure.

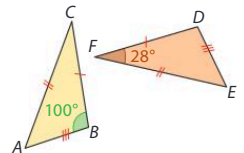
4 Sachant que les triangles ABC et DEF sont égaux, déterminer les mesures des angles du triangle DEF .



5 Déterminer les mesures des angles du triangle DEF .



6 Déterminer les mesures des angles des triangles ABC et DEF .

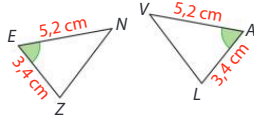


2

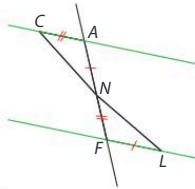
Reconnaitre des triangles égaux

► Si deux triangles ont, deux à deux, un angle de même mesure compris entre deux côtés respectivement de même longueur, alors ils sont égaux.

7 Démontrer que les triangles ZEN et VAL sont égaux.



8 **MODE EXPERT** Sur la figure ci-contre, les droites (CA) et (FL) sont parallèles et les droites (CL) et (AF) se coupent en N .



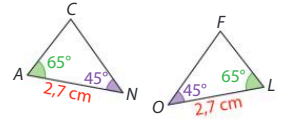
1. Démontrer que $\widehat{CAN} = \widehat{NFL}$.

2. En déduire que les triangles CAN et NFL sont égaux.

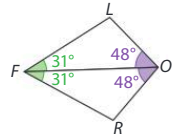
3. Que peut-on dire des longueurs CN et NL ?

► Si deux triangles ont, deux à deux, un côté de même longueur compris entre deux angles respectivement de même mesure, alors ils sont égaux.

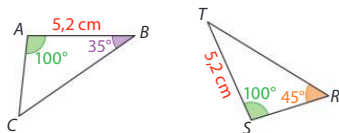
9 Démontrer que les triangles CAN et FOL sont égaux.



10 Démontrer que les triangles FLO et FOR sont égaux.



11 **MODE EXPERT** Démontrer que les triangles ABC et RST sont égaux.





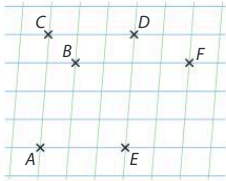
3

Connaitre les parallélogrammes



► Un **parallélogramme** est un quadrilatère dont les côtés opposés sont deux à deux parallèles.

12 Les droites bleues sont parallèles entre elles et les droites vertes sont parallèles entre elles.



1. Tracer les quadrilatères ACDE et ABFE.

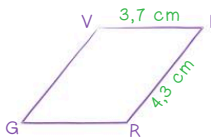
2. ACDE est-il un parallélogramme ? Justifier.

3. ABFE est-il un parallélogramme ? Justifier.

► Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors :

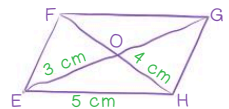
- ses diagonales se coupent en leur milieu ;
- ses côtés opposés sont deux à deux de même longueur ;
- ses angles opposés sont deux à deux de même mesure.

13 VIRG est un parallélogramme tel que $VI = 3,7$ cm et $IR = 4,3$ cm. Énoncer la propriété qui permet de connaître les longueurs GR et VG.



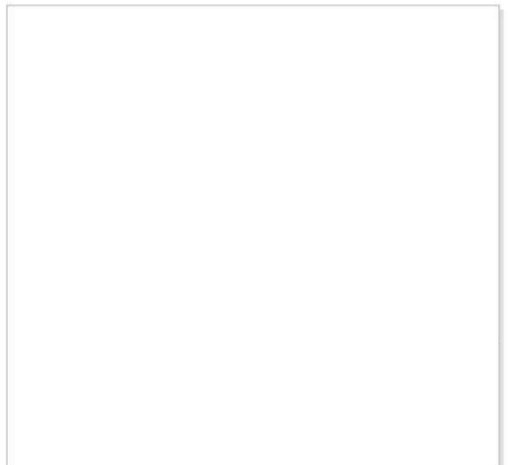
14 CALE est un parallélogramme tel que $\widehat{ECA} = 125^\circ$. Combien mesure l'angle $\widehat{ALE}$? Justifier.

15 Le parallélogramme EFGH ci-contre a été dessiné à main levée.



1. Donner les longueurs de $[FG]$, $[EG]$ et $[FH]$. Justifier les réponses.

2. Construire alors la figure en vraie grandeur.

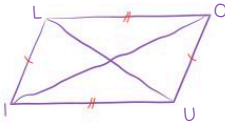




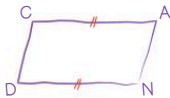
- ▶ Si un quadrilatère a des diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.
- ▶ Si un quadrilatère non croisé a des côtés opposés deux à deux de même longueur, alors c'est un parallélogramme.
- ▶ Si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur, alors c'est un parallélogramme.

16 Peut-on affirmer que chacun des quadrilatères dessinés à main levée ci-dessous sont des parallélogrammes ? Justifier.

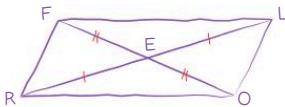
a.



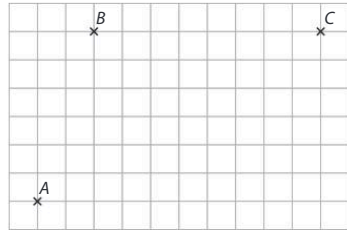
b.



c.

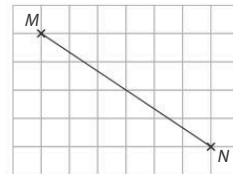


17 1. Compléter la figure ci-dessous en plaçant le point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

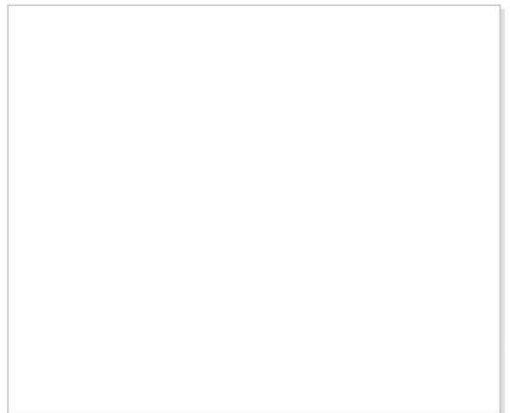


2. Justifier qu'ainsi construit, $ABCD$ est bien un parallélogramme.

18 Construire deux parallélogrammes $MANB$ et $MCND$ non superposables.



19 Construire deux parallélogrammes non superposables $TROP$ et $BIEN$ tels que $TR = BI = 3$ cm et $TP = BN = 2$ cm.



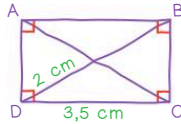


5

Connaitre les parallélogrammes particuliers

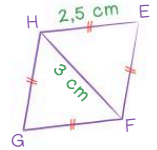
- ▶ Un **rectangle** est un quadrilatère qui a quatre angles droits.
- ▶ Si un quadrilatère est un rectangle, alors c'est un parallélogramme dont les diagonales ont la même longueur.
- ▶ Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle.

20 Après avoir justifié la nature du quadrilatère, en faire une construction en vraie grandeur.

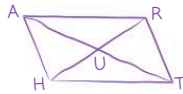


- ▶ Un **losange** est un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur.
- ▶ Si un quadrilatère est un losange, alors c'est un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires.
- ▶ Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, alors c'est un losange.

22 Après avoir justifié la nature du quadrilatère, en faire une construction en vraie grandeur.



21 Sur la figure à main levée ci-contre, $ARTH$ est un parallélogramme tel que $AR = 4$ cm et $AU = UR = 2,5$ cm.



1. Construire la figure en vraie grandeur.

- ▶ Un **carré** est un quadrilatère qui a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur.
- ▶ Si un quadrilatère est un carré, alors c'est un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires et ont la même longueur.
- ▶ Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires et de même longueur, alors c'est un carré.

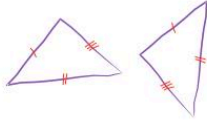
23 En justifiant la construction, tracer un carré $ADRI$ de centre E tel que $ER = 1$ cm.

2. Le parallélogramme $ARTH$ est-il particulier ? Justifier.

24 Parcours ceinture jaune

1. Deux triangles qui ont leurs angles deux à deux de même mesure sont-ils forcément égaux ? _____

2. Les triangles dessinés à main levée sont-ils égaux ? _____



3. Un carré est-il un losange particulier ? _____

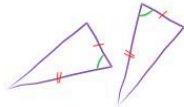
4. $ABCD$ est un losange. Les triangles ABD et DBC sont-ils égaux ? _____

5. Un losange a pour côté 5 cm. Quel est son périmètre ? _____

25 Parcours ceinture verte

1. Deux triangles qui ont, deux à deux, un angle de même mesure et deux côtés de même longueur sont-ils forcément égaux ? _____

2. Les triangles dessinés à main levée sont-ils égaux ? _____



3. Un carré est-il un rectangle particulier ? _____

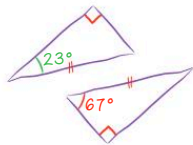
4. $ABCD$ est un rectangle. Les triangles ABC et ABD sont-ils égaux ? _____

5. Un losange a un périmètre de 16,4 cm. Quelle est la longueur de son côté ? _____

26 Parcours ceinture noire

1. Deux triangles qui ont, deux à deux, un côté de même longueur et deux angles de même mesure sont-ils forcément égaux ? _____

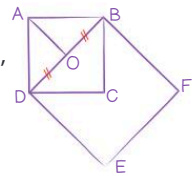
2. Les triangles dessinés à main levée sont-ils égaux ? _____



3. $ABCD$ est un rectangle de centre O .
 AOB et BOC sont-ils égaux ? _____

4. Un rectangle a pour périmètre 18,2 cm. Sachant que sa longueur mesure 61 mm, déterminer sa largeur. _____

5. $ABCD$ et $BDEF$ sont des carrés. Sachant que $AO = 2,8$ cm, déterminer le périmètre de $BDEF$. _____

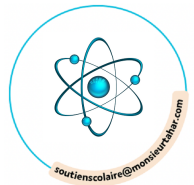


Problèmes

ceinture
jaune

ceinture
verte

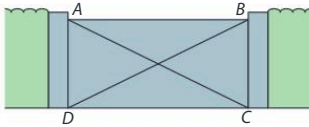
ceinture
noire



27 Dans un portail

Modéliser, Raisonner

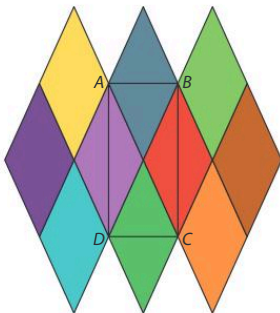
Dans le portail à forme rectangulaire représenté ci-dessous, démontrer que les triangles ABC et ABD sont égaux.



28 Une jolie couverture

Raisonner

Éliane a réalisé une couverture en assemblant des losanges tous identiques.

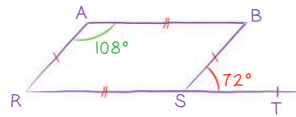


► Démontrer que $ABCD$ est un rectangle.

29 Alignement ?

Raisonner

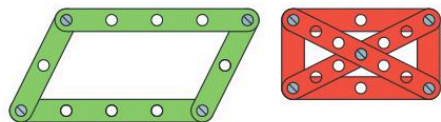
On considère la figure ci-dessous.



► Les points R , S et T sont-ils alignés ?

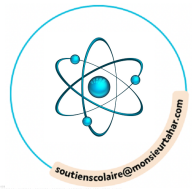
30 Mécano

Raisonner



Louis construit ces objets avec ses mécanos. Les trous sont espacés régulièrement.

► Dans chaque cas, dire quel quadrilatère particulier modélise la pièce construite. Justifier.

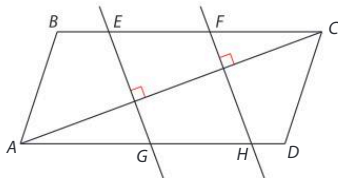


31 Dans un parallélogramme

Raisonner, Communiquer

$ABCD$ est un parallélogramme.

Les points E et F appartiennent à la droite (BC) . Les points G et H appartiennent à la droite (AD) .



1. Que peut-on dire des droites (EF) et (GH) ?

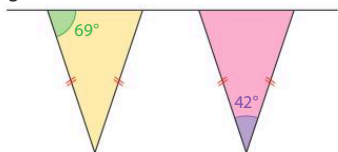
2. Démontrer que les droites (EG) et (FH) sont parallèles.

3. Quelle est la nature du quadrilatère $EFHG$?

32 Des fanions

Raisonner

Les triangles représentant les deux fanions ci-dessous sont-ils égaux ? Justifier.

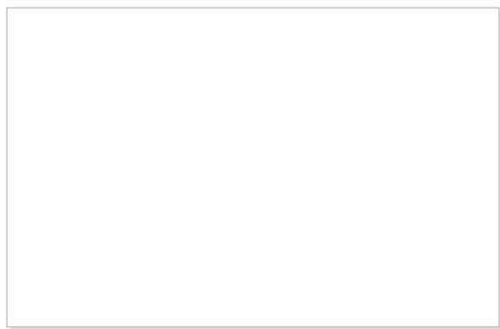


33 La bonne figure

Représenter, Raisonner

$PILE$ est un rectangle et $BIOL$ est un carré.

1. Faire une figure.



2. Démontrer que $BO = PE$.

34

$ABED$ et $BCED$ sont des parallélogrammes.

-

35

À partir d'un triangle ABC , on construit deux triangles équilatéraux ABD et ACE , à l'extérieur de ABC .



36

Dans la figure ci-contre, $ABCD$ est un carré. E , F , G et H sont des points appartenant respectivement aux segments $[AD]$, $[AB]$, $[BC]$ et $[CD]$ tels que $AE = FB = GC = DH$.

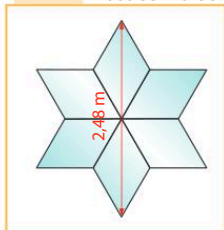
-

2. Quelle est la nature du quadrilatère $EFGH$?

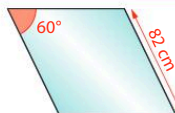
Tâche complexe

- 37 Pour illuminer son open space, un des murs d'un cabinet d'architecte est constitué d'une rosace vitrée, réalisée à partir de 6 vitres en forme de losanges superposables. Afin de réaliser des économies d'énergie, l'entreprise décide de faire remplacer les vitres par du double vitrage.

Doc 1 Rosace vitrée



Doc 2 Cout d'une vitre



Double vitrage : 350 €/m²
Pose : 119,50 €/vitre

Doc 3 Économies

- Le cabinet d'architecte a des factures d'électricité mensuelles d'environ 680 €.
- Le double vitrage permet de réaliser environ 10 % d'économie sur la facture d'électricité.

- Au bout de combien de temps la facture des travaux sera-t-elle amortie ?



Le jeu

Tangram en tandem

Un premier élève construit :

- 2 triangles égaux rectangles isocèles de côté 8 cm ;
- 1 carré de côté 4 cm ;
- 1 triangle rectangle isocèle de base 8 cm.

Le second élève construit :

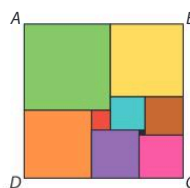
- 2 triangles égaux rectangles isocèles de côté 4 cm ;
- 1 parallélogramme de longueur 4 cm, de largeur la base des triangles égaux et avec deux angles opposés de 45°.

Le binôme regroupe les 7 pièces et, en utilisant toutes les pièces sans les chevaucher, compose un carré, puis un rectangle, puis un chat.

Le défi

Des carrés dans un carré ?

Cette figure est composée de neuf carrés. Le carré noir a pour côté 1 et le carré violet a pour côté 10.



ABCD est-il un carré ?