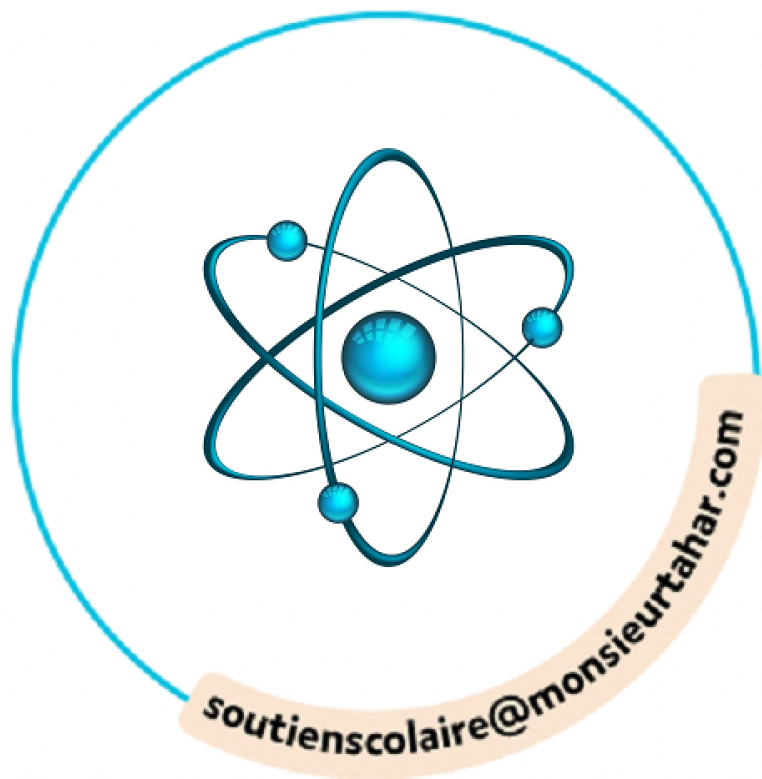
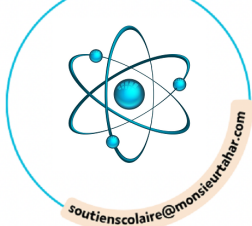


MATHS



CHAPITRE 13



Solides de l'espace

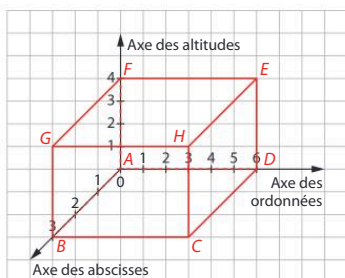
1

Se repérer dans un parallélépipède rectangle

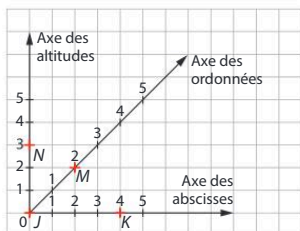
► Tout point M d'un parallélépipède rectangle peut être **repéré** à partir d'un sommet et des arêtes partant de ce sommet.

► Un point M est repéré par trois nombres, appelés les **coordonnées** de M : x_M est son **abscisse** ; y_M est son **ordonnée** et z_M est son **altitude**. On note $M(x_M; y_M; z_M)$.

1 Donner les coordonnées des sommets de ce pavé droit représenté dans le repère d'origine A .

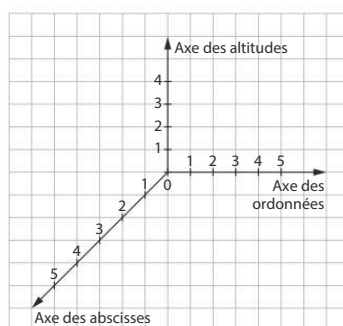


2 Dans le repère ci-dessous, compléter la vue en perspective cavalière du parallélépipède rectangle $JKLMNO$, puis donner les coordonnées de chacun de ses sommets.



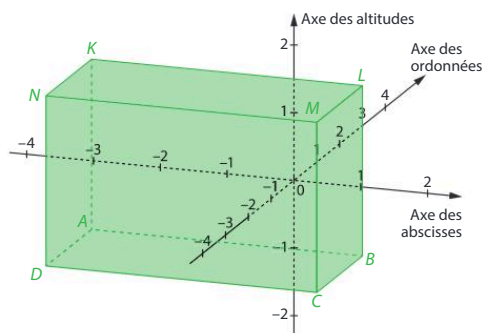
3 Placer les points suivants dans le repère ci-dessous.

- $A(3; 4; 0)$;
- $L(5; 0; 2)$;
- $R(2; 3; 4)$.



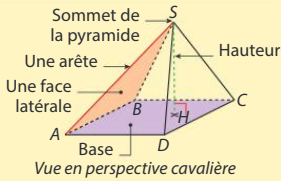
4 **MODE EXPERT** Dans le repère ci-dessous, on considère le point $D(-3; -2; -1)$.

Donner les coordonnées des autres sommets de ce pavé droit en perspective cavalière sachant que les axes sont parallèles aux arêtes.



► Une **pyramide de sommet S** est un solide dont :

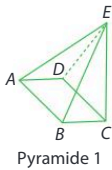
- la **base** est un polygone ;
- les **faces latérales** sont des triangles de sommet S .



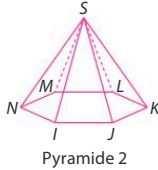
► La **hauteur** d'une pyramide de sommet S est le segment $[SH]$ perpendiculaire au plan de la base, où H est un point de ce plan.

► Une pyramide dont la base est un triangle est appelé un **tétraèdre**.

5



Pyramide 1



Pyramide 2

Compléter le tableau.

Pyramide	1	2
Nature de la base		
Nombres de faces		
Nombres de faces latérales		
Nombre de sommets		
Nombre d'arêtes		

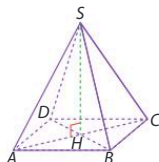
► Un **polygone régulier** est un polygone dont tous les côtés ont la même longueur et dont tous les angles ont la même mesure.

► Une **pyramide régulière** est une pyramide dont la base est un polygone régulier et dont la hauteur passe par le centre de la base. Ses faces latérales sont des triangles isocèles égaux.

6

On considère la pyramide régulière $SABCD$.

1. Quelle est la nature de sa base ?

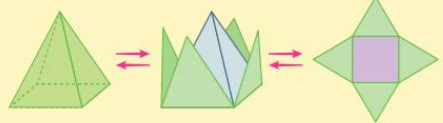


2. Quelle est la nature de SHB ?

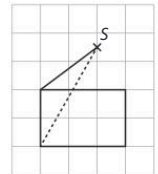
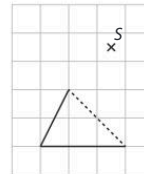
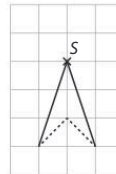
3. Quelle est la nature de SBC ?

Vue en perspective cavalière

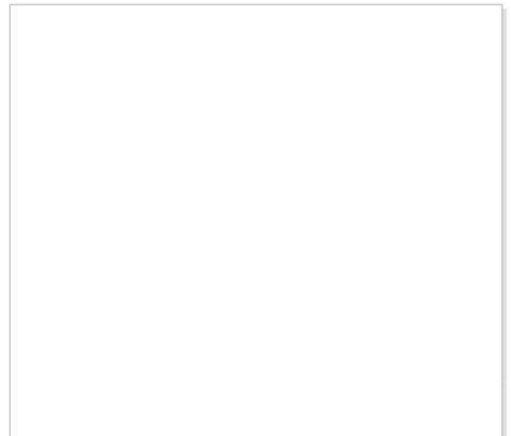
Patron d'une pyramide à base carrée



7 Compléter les vues en perspective cavalière des pyramides de sommet S .



8 Réaliser le patron d'un tétraèdre dont toutes les arêtes mesurent 2 cm.



3

Connaitre et représenter un cône de révolution

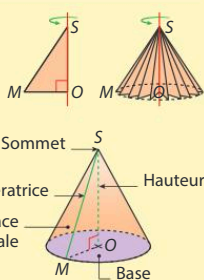
► Un cône de révolution

de sommet S est un solide obtenu par la rotation d'un triangle SOM rectangle en O , autour de la droite (SO) .

► Le disque de centre O et de rayon OM est la base du cône.

► Le segment $[MS]$ est appelé une **génératrice** du cône.

► Le segment $[SO]$ est appelé la **hauteur** du cône.



Vue en perspective cavalière

9 Vrai ou faux ?

a. $[MC]$ mesure 6 cm : _____

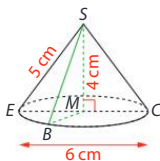
b. La hauteur du cône mesure

5 cm : _____

c. SMC est un triangle rectangle : _____

d. $SC = 5$ cm : _____

e. SEB est un triangle rectangle : _____



10 On souhaite créer un ou des cônes de révolution à partir du triangle rectangle ci-contre.

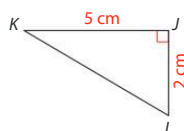
1. Entourer la ou les phrases qui conviennent.

a. On fait tourner le triangle IJK autour de $[IJ]$.

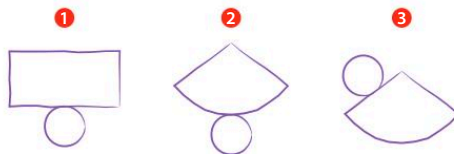
b. On fait tourner le triangle IJK autour de $[JK]$.

c. On fait tourner le triangle IJK autour de $[IK]$.

2. Préciser le sommet, la hauteur, le centre et le rayon du disque de base du ou des cônes obtenus.

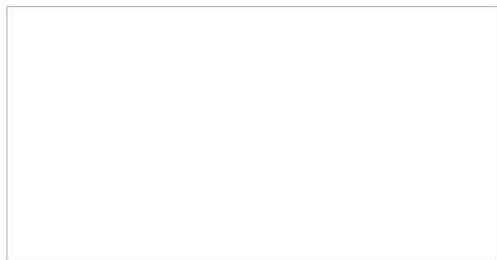


11 Parmi les figures suivantes, entourer celle qui représente un patron de cône de révolution.



12 On souhaite construire un patron d'un cône de révolution de génératrice 2 cm et de rayon 1,5 cm.

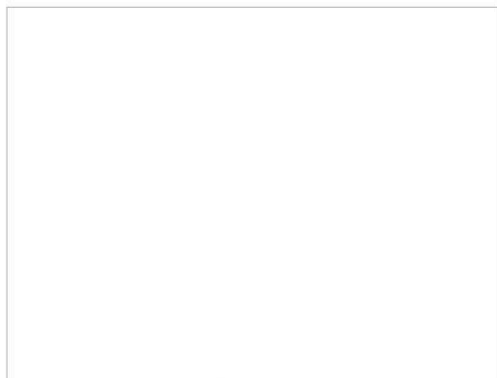
1. Commencer par faire un patron à main levée, puis calculer la longueur du cercle de rayon 1,5 cm, qui doit être égale à la longueur de l'arc de cercle.



2. En complétant le tableau ci-dessous, calculer la mesure de l'angle α , sachant que la longueur d'un arc de cercle est proportionnelle à la mesure de son angle.

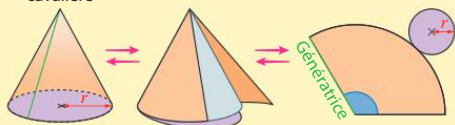
Mesure de l'angle (en $^\circ$)	360	α
Longueur de l'arc (en cm)	4π	_____

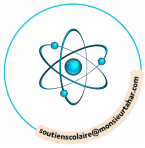
3. Construire le patron en vraie grandeur.



Vue en perspective cavalière

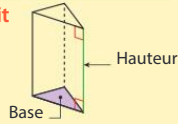
Patron





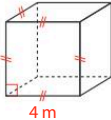
► Le volume $\mathcal{V}$ d'un prisme droit est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$$

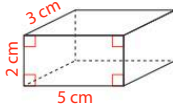


13 Calculer le volume des prismes droits suivants.

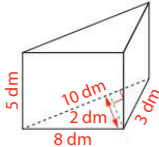
a.



b.

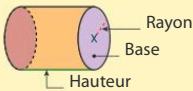


c.



► Le volume $\mathcal{V}$ d'un cylindre de révolution de rayon r et de hauteur h est donné par la formule :

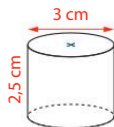
$$\mathcal{V} = \text{aire de la base} \times \text{hauteur} = \pi \times r \times r \times h$$



14 Entourer le ou les calculs permettant de calculer le volume d'un cylindre de révolution de 10 cm de diamètre et de hauteur 12 cm.

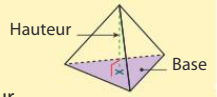
- a. $10 \times 10 \times \pi \times 12$ b. $5 \times 5 \times \pi \times 12$
c. $12 \times 10 \times \pi \times \pi$ d. $12 \times 12 \times \pi \times 10$

15 Calculer le volume exact puis approché au mm^3 du cylindre de révolution ci-contre.



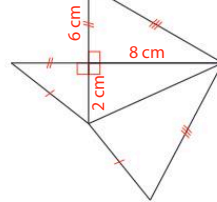
► Le volume $\mathcal{V}$ d'une pyramide est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$



16 Calculer le volume d'une pyramide de hauteur 5 cm et dont la base est un carré de côté 3 cm.

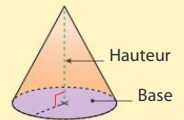
17 **MODE EXPERT** On considère la pyramide dont un patron est représenté ci-dessous.



Calculer le volume de cette pyramide.

► Le volume $\mathcal{V}$ d'un cône de révolution est donné par la formule :

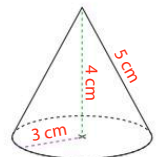
$$\mathcal{V} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

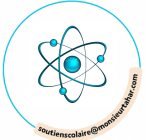


18 Entourer le ou les calculs permettant de trouver le volume d'un cône de révolution de hauteur 5 cm et dont la base est un disque de rayon 3 cm.

- a. $\frac{6 \times 6 \times \pi \times 5}{3}$ b. $\frac{3 \times 3 \times \pi \times 10}{3}$
c. $\frac{3 \times 3 \times \pi \times 5}{3}$ d. $\frac{2 \times \pi \times 2 \times 5}{3}$

19 Calculer le volume exact puis approché au dixième du cône de révolution ci-contre.





20 Parcours ceinture jaune

1. Comment se nomment les trois axes lorsqu'on se repère dans un parallélogramme rectangle ?
.....

2. Combien possède de sommets une pyramide à base carrée ?

3. Est-ce un patron d'une pyramide ?
.....



4. Quel est le volume d'une pyramide de hauteur 6 cm et dont la base est un carré de côté 4 cm ?
.....

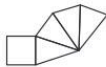
5. Quel est le volume exact d'un cône de révolution de rayon 9 dm et de hauteur 10 dm ?
.....

21 Parcours ceinture verte

1. Dans un repère, un point V a pour coordonnées (3 ; 2 ; 1). Quelle est son altitude ?

2. Combien possède de faces une pyramide à base carrée ?

3. Est-ce un patron d'une pyramide ?
.....



4. Quel est le volume d'une pyramide de hauteur 5 cm et dont la base est un rectangle de longueur 10 cm et de largeur 9 cm ?
.....

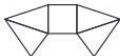
5. Quel est le volume exact d'un cône de révolution de rayon 3 dm et de hauteur 15 cm ?
.....

22 Parcours ceinture noire

1. Dans un repère, un point M a pour coordonnées (2 ; 0 ; 0). Sur quel axe est-il ?
.....

2. Combien d'arêtes possède un tétraèdre ?

3. Est-ce un patron d'une pyramide ?
.....



4. Quel est le volume d'un tétraèdre dont la base est un triangle rectangle de longueurs de côtés de l'angle de droit 3 et 4 cm, et qui a pour hauteur 7 cm ?
.....

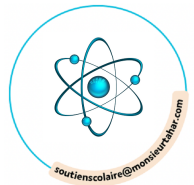
5. Quel est le volume exact d'un cône de révolution de diamètre 18 m et de hauteur 4 m ?
.....

Problèmes

ceinture
jaune

ceinture
verte

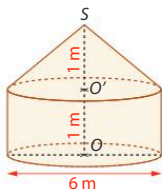
ceinture
noire



23 La yourte

Calculer

Arya veut construire une yourte, représentée par un cylindre droit d'axe (OO') surmonté d'un cône de révolution de sommet S .



1. Calculer le volume exact de la partie cylindrique.

2. Calculer le volume exact de la partie conique.

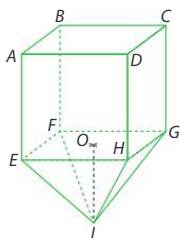
3. En déduire une valeur approchée au m^3 du volume de la yourte.

24 Pop-Corn

Calculer

Un réservoir à grain de maïs est constitué d'une pyramide régulière à base carrée surmontée d'un pavé droit.

- $AB = 2$ m
- $AE = 5$ m
- hauteur de la pyramide : $OI = 1,5$ m.



1. Calculer le volume du pavé en m^3 .

2. Calculer le volume de la pyramide en m^3 .

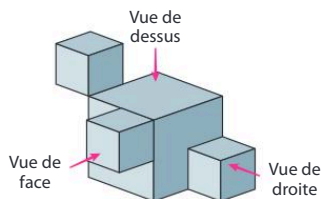
3. En déduire le volume exact de maïs que peut contenir le réservoir.

25 D'après DNB Asie 2017

Calculer, Représenter

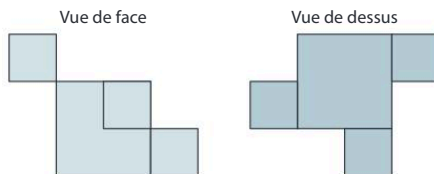
La figure ci-dessous représente un solide constitué de l'assemblage de quatre cubes :

- trois cubes d'arête 2 cm ;
- un cube d'arête 4 cm.



1. Quel est le volume de ce solide ?

2. On a dessiné deux vues de ce solide (elles ne sont pas en vraie grandeur).

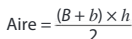


Dessiner la vue de droite de ce solide en vraie grandeur.



Calculer, Communiquer

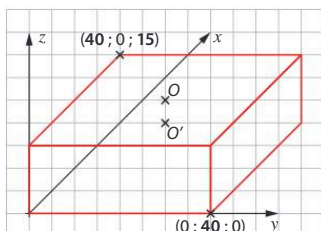
Son choix se porte sur la brouette ci-dessous qui a la forme d'un prisme droit dont la base est un trapèze.



► A-t-il fait le bon choix ?

Représenter

Les pièces sont positionnées comme sur le schéma ci-dessous.



► Donner les coordonnées des points O et O' .

Calcyler, Chercher

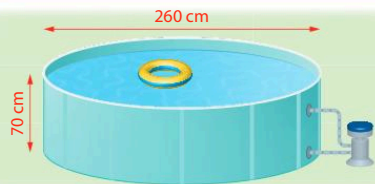
1. Combien pourra-t-il remplir de pots ?

Montrer que la longueur de l'étiquette est d'environ 18,8 cm.

Tâche complexe

29 Laure veut acheter pour ses filles une piscine cylindrique hors sol équipée d'une pompe électrique. Elle compte l'utiliser l'été, du mois de juin au mois de septembre inclus. Elle dispose d'un budget de 200 €.

Doc 1 Caractéristiques techniques de la piscine



- Hauteur de l'eau : 65 cm
- Consommation électrique moyenne de la pompe : 3,42 kWh par jour.
- Prix (piscine + pompe) : 80 €.

Doc 2 Le kilowatt-heure

- Le kWh (kilowatt-heure) est une unité de mesure de l'énergie électrique.
- Prix d'un kWh : 0,15 €.

Doc 3 Prix de l'eau

Prix d'un m³ d'eau : 2,03 €

► À l'aide des documents suivants, dire si le budget de Laure est suffisant pour l'achat de cette piscine et les frais de fonctionnement pendant une année.



Le jeu

À la Sierpinski !

Chaque élève construit jusqu'à 5 pyramides régulières à base carré dont les arêtes mesurent toutes 3 cm de côté sur des papiers de couleurs différents. Tous ensemble, les élèves rassemblent les pyramides et construisent une pyramide en suivant le modèle de Sierpinski ci-dessous.



Étape 1



Étape 2

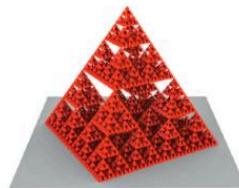


Étape 3

Le défi

Moult pyramides

Combien de pyramides y a-t-il dans cette pyramide de Sierpinski (étape 6) ?





Problèmes transversaux

ceinture
jaune

ceinture
verte

ceinture
noire

1 Quels programmes !

Raisonner, Calculer

Le script suivant traduit un programme de calcul.



1. Que dira le lutin si le nombre choisi est -3 ?

2. Quel nombre faut-il choisir pour que le lutin dise 0 ?

3. Voici un autre programme de calcul.

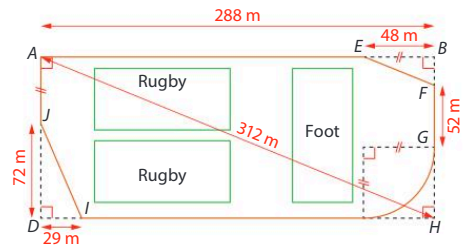
Choisir un nombre.
Le multiplier par 3.
Soustraire 4.

Arthur choisit un nombre et s'aperçoit que les deux programmes donnent le même résultat avec ce nombre. Quel nombre Arthur a-t-il choisi ?

2 D'après DNB Asie 2013

Chercher, Raisonner, Calculer

La ville Bonvivre possède une plaine de jeux bordée d'une piste cyclable. La piste cyclable a la forme d'un rectangle $ABCD$ dont on a « enlevé trois des coins ». Le chemin de G à H est un arc de cercle. Les chemins de E à F et de I à J sont des segments. Les droites (EF) et (AC) sont parallèles.



Quelle est la longueur de la piste cyclable arrondie au mètre ? Justifier la réponse.

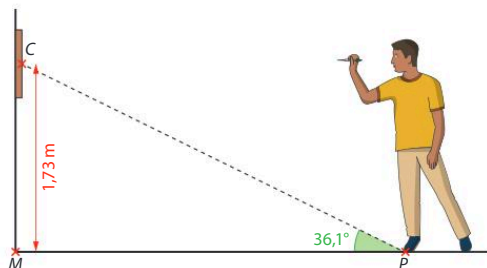
3 Droit au but

Chercher, Raisonner, Calculer

Le jeu de fléchettes consiste à lancer trois fléchettes sur une cible. La position des fléchettes sur la cible détermine le nombre de points obtenus.

La cible est installée de sorte que son centre se trouve à 1,73 m du sol.

Les pieds du joueur ne doivent pas être trop proches de la cible lorsqu'il lance les fléchettes. Pour cela, un dispositif électronique est installé, qui mesure l'angle formé par la droite passant par le centre de la cible et le pied avec le sol. Il sonne si l'angle est supérieur à $36,1^\circ$.



1. Un joueur s'apprête à lancer une fléchette.

Il se trouve à 2,40 m. Le mur est perpendiculaire au sol. Est-ce que la sonnerie va se déclencher ? Justifier la réponse.

2. On a relevé, dans le tableau ci-dessous, les points obtenus par Louis et Candice lors de sept parties de fléchettes. Le résultat de Candice lors de la partie 6 a été égaré.

Partie	1	2	3	4	5	6	7	Moyenne
Louis	40	35	85	67	28	74	28	
Candice	12	62	7	100	81		30	51

a. Calculer le nombre moyen de points obtenus par Louis.

b. Sachant que Candice a obtenu en moyenne 51 points par partie, calculer le nombre de points qu'elle a obtenus à la 6^e partie.

c. Déterminer la médiane de la série de points obtenus par Louis, puis par Candice.