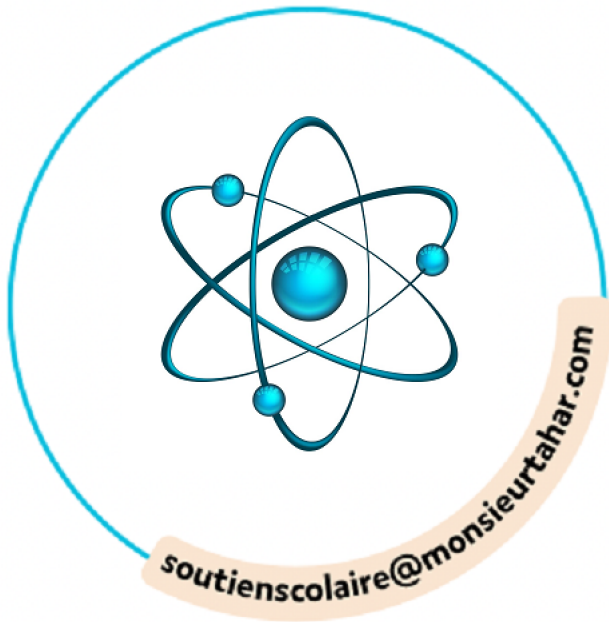
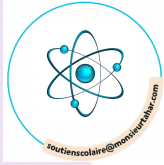


MATHS



CHAPITRE 1



1

Connaitre la division euclidienne

► La **division euclidienne**

de 45 par 6 s'écrit :

$$45 = 6 \times 7 + 3 \text{ avec } 3 < 6$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 4 | 5 | 6 |
| - | 4 | 2 | 7 |
| | | 3 | |

dividende = diviseur \times **quotient** + **reste**
avec **reste** < diviseur

1 Dans chaque cas, poser la division euclidienne.
Quelle égalité peut-on alors écrire ?

a.

| | | | | | |
|--|---|---|---|---|---|
| | 1 | 6 | 1 | 1 | 1 |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

b.

| | | | | |
|--|---|---|---|---|
| | 3 | 4 | 2 | 7 |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

2 13 est le quotient de la division euclidienne d'un nombre par 32 et 8 est le reste. Quel est ce nombre ?

► Comme le **reste** de la division euclidienne de 72 par 6 est **nul**, on peut dire que :

- 72 est **divisible** par 6
- 6 est un **diviseur** de 72
- 72 est un **multiple** de 6

| | | | |
|---|---|---|-----|
| | 7 | 2 | 6 |
| - | 6 | | 1 2 |
| | 1 | 2 | |
| - | 1 | 2 | |
| | | 0 | |

$$72 = 6 \times 12 + 0$$

3 Pour chaque nombre indiqué, dire s'il est divisible par 7. Justifier.

a. 32 :

b. 42 :

c. 63 :

d. 92 :

e. 105 :

4 Compléter chacune des phrases suivantes avec le mot « multiple » ou « diviseur ».

- a. 18 est un _____ de 6.
b. 8 est un _____ de 56.
c. 14 est un _____ de 28.
d. 88 est un _____ de 11.

5 Tania, Zoé, Yan et Anouh doivent effectuer la division euclidienne de 77 par 8. Parmi les réponses suivantes, dire qui a raison.

Tania : $77 \div 8 = 9,625$

Zoé : $77 = 9 \times 9 - 4$

Yan : $77 = 8 \times 9 + 5$

Anouh : $77 = 7 \times 9 + 14$

6 **MODE EXPERT** Le diviseur d'une division euclidienne est 5 et son quotient est 17.

Quels sont tous les restes et tous les dividendes possibles ?

2

Déterminer les diviseurs d'un nombre entier

- ▶ Un nombre entier est **divisible par 2** si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.
- ▶ Un nombre entier est **divisible par 5** si son chiffre des unités est 0 ou 5.
- ▶ Un nombre entier est **divisible par 10** si son chiffre des unités est 0.

7 Compléter le tableau suivant par Oui ou Non.

| est divisible par \Rightarrow | 2 | 5 | 10 |
|---------------------------------|---|---|----|
| 86 | | | |
| 540 | | | |
| 765 | | | |
| 1 430 | | | |

8 On donne les nombres suivants :
30 • 45 • 50 • 422 • 600 • 8 436 • 75 435

- a. Lesquels sont divisibles par 2 ?
- b. Lesquels sont divisibles à la fois par 2 et par 5 ?

- ▶ Un nombre entier est **divisible par 3** si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- ▶ Un nombre entier est **divisible par 9** si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

9 Compléter le tableau suivant par Oui ou Non.

| est divisible par \Rightarrow | 3 | 9 |
|---------------------------------|---|---|
| 246 | | |
| 6 300 | | |
| 7 670 | | |
| 8 160 | | |
| 32 486 | | |

10 1. Les nombres 2 ; 22 ; 222 et 2 222 sont-ils divisibles par 9 ? Justifier.

2. Existe-t-il un nombre qui ne s'écrit qu'avec des 2 et qui est divisible par 9 ? Justifier.



11 Déterminer le chiffre que l'on doit écrire à la place du point d'interrogation afin que le nombre 4 26? 835 soit divisible par 9. Justifier.

▶ Pour déterminer les diviseurs d'un nombre entier, on peut chercher tous les produits égaux à ce nombre.

$$\bullet 24 = 1 \times 24 = 2 \times 12 = 3 \times 8 = 4 \times 6$$

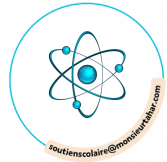
▶ Donc les diviseurs de 24 sont 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 et 24.

12 Déterminer tous les diviseurs des nombres suivants.

- a. 20 : _____
- b. 25 : _____
- c. 48 : _____
- d. 11 : _____

13 Déterminer tous les diviseurs communs à 30 et 36.

14 **MODE EXPERT** Quel est le plus grand diviseur commun à 32 et 56 ?



3

Reconnaitre un nombre premier

► Un **nombre premier** est un nombre entier qui admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

15 Justifier que les nombres suivants ne sont pas premiers.

a. 44 :

b. 447 :

c. 3 672 :

d. 12 644 :

e. 777 777 :

16 Justifier que 5 est un nombre premier.

► Les dix nombres premiers inférieurs à 30 sont : 2 • 3 • 5 • 7 • 11 • 13 • 17 • 19 • 23 • 29

17 Déterminer deux nombres premiers dont la somme est égale à 12.

18 Dans la liste des nombres premiers inférieurs à 30, quels sont les nombres qui sont égaux à la somme de deux autres nombres premiers ?

19 Lou affirme : « 11 et 23 sont premiers, donc leur différence est un nombre premier ». A-t-elle raison ?

20 Vrai ou Faux ? Justifier.

a. Un nombre dont le chiffre des unités est 1 est toujours premier.

b. Si un nombre est premier, alors son double est premier.

c. Aucun multiple de 7 supérieur à 7 n'est premier.

21 **MODE EXPERT** Yarnah donne le programme de calcul suivant.

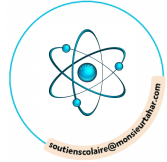
- ▶ Choisir un nombre.
- ▶ Le multiplier par lui même.
- ▶ Additionner au résultat le nombre de départ.
- ▶ Ajouter 17.

1. Yarnah affirme que si on applique ce programme de calcul à l'entier 3, le résultat est un nombre premier. A-t-elle raison ?

2. Simon affirme que c'est encore vrai si on applique le programme de calcul avec le nombre 4. A-t-il raison ?

À l'aide d'un tableau, tu peux chercher si ce programme de calcul donne toujours un nombre premier ou non.





4

Décomposer un entier en produit de facteurs premiers

► Tout entier supérieur ou égal à 2 peut se décomposer en un **produit de facteurs premiers**.

Cette **décomposition** est unique (si on ne tient pas compte de l'ordre des facteurs).

• $550 = 2 \times 5 \times 5 \times 11$

22 Les décompositions suivantes sont-elles des décompositions en produit de facteurs premiers ?

a. $2 \times 11 \times 13$

b. $3 \times 12 \times 17$

c. $5 \times 13 \times 21$

23 Entourer la décomposition en produit de facteurs premiers de 4 950 :

$4\ 950 = 2 \times 3 \times 5 \times 11 \times 15$

$4\ 950 = 2 \times 5 \times 5 \times 9 \times 11$

$4\ 950 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 11$

$4\ 950 = 2 \times 3 \times 3 \times 11 \times 25$

24 Deux nombres A et B sont écrits sous forme de produits de facteurs premiers :

$A = 2 \times 2 \times 5 \times 7 \times 7$

$B = 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7$

1. Que valent A et B ?

2. 3 est-il un diviseur de A ?

3. 7 est-il un diviseur de B ?

4. 10 est-il un diviseur de A ?

5. Donner deux diviseurs communs à A et à B qui sont supérieurs à 20.

25 **MODE EXPERT**

On donne ci-dessous, les décompositions en produit de facteurs premiers de 32 340 et 770.

$32\ 340 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 7 \times 11$

$770 = 2 \times 5 \times 7 \times 11$

Sans utiliser de calculatrice, expliquer pourquoi 32 340 est divisible par 770.

► Pour décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers :

- on écrit ce nombre comme un produit de deux facteurs différents de 1 ;
- on recommence avec les facteurs qui ne sont pas des nombres premiers jusqu'à n'avoir que des nombres premiers.

• $66 = 6 \times 11 = 2 \times 3 \times 11$.

26 Décomposer les nombres suivants en produit de facteurs premiers.

Pense aux critères de divisibilité !



a. $54 =$

b. $126 =$

c. $580 =$

27 Sachant que $48\ 510 = 70 \times 693$, décomposer le nombre 48 510 en produit de facteurs premiers.

28 **MODE EXPERT**

Décomposer le nombre 462 en produit de facteurs premiers et en déduire tous les diviseurs de 462.



29 Parcours ceinture jaune

1. La division euclidienne de 22 par 5 est :

2. La division euclidienne de 31 par 6 est :

3. La division euclidienne de 40 par 8 est :

4. 118 est-il divisible par 2 ? _____
5. 54 est-il divisible par 3 ? _____
6. 725 est divisible par 5 ? _____
7. Les diviseurs de 16 sont : _____
8. 14 est-il un nombre premier ? _____
9. 13 est-il un nombre premier ? _____
10. La décomposition de 18 en produit de facteurs premiers est : _____

30 Parcours ceinture verte

1. La division euclidienne de 63 par 8 est :

2. La division euclidienne de 75 par 9 est :

3. La division euclidienne de 113 par 11 est :

4. 673 est-il divisible par 3 ? _____
5. 701 est-il pair ? _____
6. 7 236 396 est-il divisible par 9 ? _____
7. Les diviseurs de 32 sont : _____
8. 19 est-il un nombre premier ? _____
9. 21 est-il un nombre premier ? _____
10. La décomposition de 46 en produit de facteurs premiers est : _____

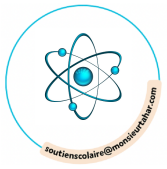
31 Parcours ceinture noire

1. La division euclidienne de 149 par 12 est :

2. La division euclidienne de 258 par 20 est :

3. La division euclidienne de 465 par 40 est :

4. Si a est un nombre entier, le nombre $2 \times a$ est-il divisible par 2 ? _____
5. Y a-t-il exactement deux nombres compris entre 50 et 70 qui sont divisibles par 9 ? _____
6. Si n est un nombre entier, le nombre de la forme $2 \times n + 1$ est-il un nombre pair ? _____
7. Les diviseurs de 7×8 sont : _____
8. 29 est-il un nombre premier ? _____
9. La somme de deux nombres premiers est-elle un nombre premier ? _____
10. La décomposition en produit de facteurs premiers de 120 est : _____



Problèmes

 ceinture
jaune

 ceinture
verte

 ceinture
noire

32 Cantine

Calculer, Modéliser

À la cantine, le chef cuisinier veut distribuer une glace en cornet à chacun des 483 élèves.

Pour cela, il achète des paquets de glaces en cornet. Chaque paquet contient 20 glaces.

- Combien de paquets doit-il prévoir ?

33 Rangement

Calculer, Modéliser

Léo range sa chambre. Il empile toutes ses BD pour les ranger sur des étagères. Il possède 47 BD et peut en mettre 8 sur chaque étagère.

- Combien lui faut-il d'étagères ?

- Combien de BD contiendra la dernière étagère ?

34 Equipes

Calculer, Modéliser

Louane a invité ses 13 amis à son anniversaire. Elle veut organiser un tournoi de pétanque et y participer. Pour cela, elle veut réaliser des équipes de 3.

- Combien peut-elle faire d'équipes au maximum ?

- Combien de personnes ne pourront pas être dans une équipe ?

35 Location de bus

Chercher, Modéliser, Calculer

Un club de sport veut transporter ses 178 supporters pour les emmener sur le lieu du prochain match. L'organisateur fait faire deux devis à un transporteur.

Option 1 : Louer des bus qui peuvent transporter 50 personnes. Chaque bus coûte 1 375 €.

Option 2 : Louer des minibus qui peuvent contenir 12 personnes. Chaque minibus coûte 380 €.

- S'il choisit l'option 1, combien de bus l'organisateur doit-il louer ?

- S'il choisit l'option 2, combien de bus l'organisateur doit-il louer ?

- Quelle option est la moins chère ?

36 Bouquets de roses

Chercher, Calculer

Camille dispose de 161 roses. Il veut faire des bouquets tous identiques constitués de plusieurs roses en utilisant toutes les fleurs. Il veut faire le plus grand nombre possible de bouquets.

- Décomposer 161 en produit de facteurs premiers :

- a. Quel est le plus grand nombre de bouquets identiques que pourra réaliser Camille ?

- b. Combien de roses y aura-t-il dans chaque bouquet ?

Tâche complexe

41 Un pâtissier a fabriqué 91 beignets aux pommes et 117 beignets au chocolat. Pour les vendre, il a réussi à tous les répartir dans de jolies boîtes cartonnées recyclables.

Doc 1 Emballage des beignets

Toutes les boîtes contiennent le même nombre de beignets.
Chaque boîte contient une seule sorte de beignets, soit aux pommes, soit au chocolat.



Doc 2 Cout de l'emballage

Le pâtissier a acheté les boîtes par lots de deux au prix de 1 € par lot.



► Quel montant le pâtissier a-t-il dû dépenser pour emballer tous ses beignets ?



Le jeu

Course aux nombres premiers

Chaque équipe de deux élèves doit prouver si le nombre entier qui lui est attribué ci-dessous est premier ou non. La première équipe qui a trouvé et justifié sa réponse a gagné.

Équipe 1 : 323
Équipe 2 : 391
Équipe 3 : 589

Le défi

Effeuille la marguerite

Le botaniste Guy Pistil a réussi à faire pousser une fleur avec 324 243 pétales.

Il commence à l'effeuiller et dit « je t'aime » en enlevant le premier pétale, « un peu » en enlevant le deuxième, « beaucoup » en enlevant le troisième, « passionnément » en enlevant le quatrième, puis « à la folie » et enfin « pas du tout ». Puis il recommence : « je t'aime », « un peu », « beaucoup »...

Que va-t-il dire en effeuillant le dernier pétale ?
