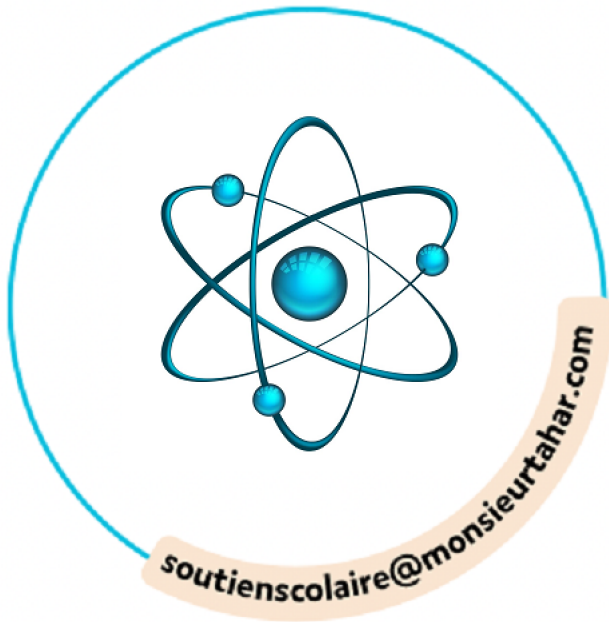


# MATHS



## CHAPITRE 10



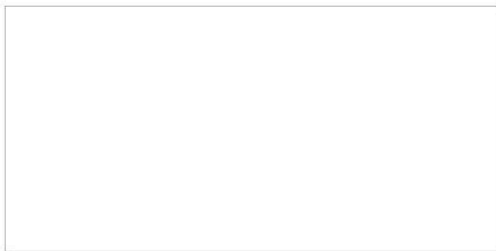
## 1

## Construire un triangle

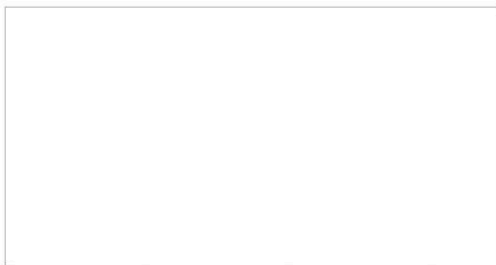
► On peut construire un triangle dans les deux cas suivants :

- si on connaît la **longueur de deux côtés** et la **mesure de l'angle formé par ces deux côtés** ;
- si on connaît la **longueur d'un côté** et les **mesures de deux angles** dont la somme est inférieure à  $180^\circ$ .

1 Construire le triangle  $ABC$  tel que  $AB = 4$  cm,  $AC = 3$  cm et  $\widehat{BAC} = 40^\circ$ .



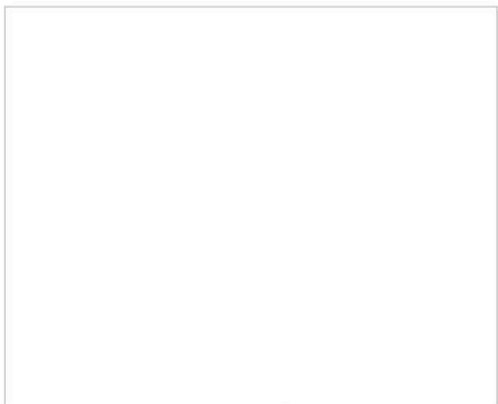
2 Construire le triangle  $EFG$  tel que  $EF = 5$  cm,  $\widehat{FEG} = 35^\circ$  et  $\widehat{EFG} = 50^\circ$ .



► Dans un triangle, la longueur de chaque côté est **inférieure** à la somme des longueurs des deux autres côtés.

► On peut construire un triangle dont on connaît les longueurs des trois côtés lorsque la longueur de son plus grand côté est **inférieure** à la somme des longueurs des deux autres côtés.

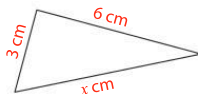
3 Peut-on construire un triangle  $ABC$  tel que  $AB = 4$  cm,  $AC = 3$  cm et  $BC = 5,5$  cm ?  
Si oui, le construire.



4 Peut-on construire un triangle  $ABC$  tel que  $AB = 2,5$  cm,  $AC = 3,5$  cm et  $BC = 7$  cm ?  
Si oui, le construire.



5 **MODE EXPERT** On veut construire tous les triangles dont les longueurs des côtés sont marquées sur la figure ci-dessous et où  $x$  est la longueur du plus grand côté qui est un nombre entier de centimètres.  
Combien de triangles (non aplatis) peut-on construire ?

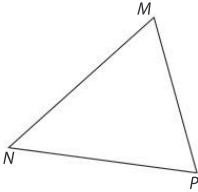


# 2

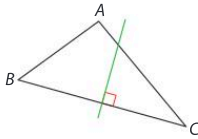
## Construire des hauteurs

- ▶ La **hauteur** d'un triangle  $ABC$  issue de  $A$  est la droite passant par  $A$  et perpendiculaire à la droite  $(BC)$ .
- ▶ Un triangle possède **trois hauteurs**, chacune issue d'un des trois sommets.

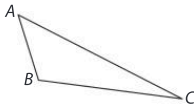
6 Dans le triangle  $MNP$  ci-dessous, construire la hauteur issue de  $M$  et la hauteur issue de  $N$ .



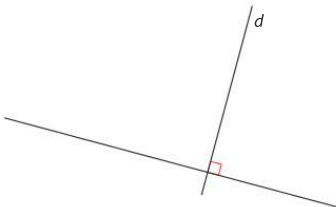
7 Lors de son dernier devoir de mathématiques, Tom devait tracer la hauteur issue de  $A$  dans le triangle  $ABC$ . Tom ne comprend pas pourquoi le professeur a écrit « Faux » sur sa copie. Expliquer.



8 Dans le triangle  $ABC$ , tracer la hauteur issue du sommet  $B$  et la hauteur issue du sommet  $C$ .

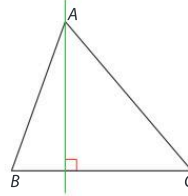


9 **MODE EXPERT** Construire un triangle  $ABC$  dont la droite  $d$  est la hauteur issue de  $A$  et tel que  $AB = 4$  cm et  $BC = 5$  cm.

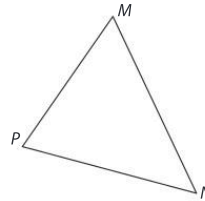


- ▶ Les trois hauteurs d'un triangle sont **concurrentes** : elles passent par un même point appelé **orthocentre** du triangle.
- ▶ Pour construire l'orthocentre, il suffit de tracer deux hauteurs.

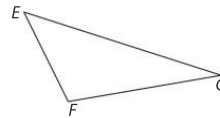
10 Dans le triangle ci-dessous, la hauteur issue de  $A$  a été tracée. Construire la hauteur issue de  $B$  et placer l'orthocentre  $H$ .



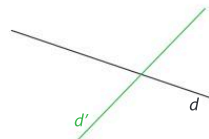
11 Construire l'orthocentre  $H$  du triangle  $MNP$  ci-dessous.



12 Construire l'orthocentre  $H$  du triangle  $EFG$ .



13 **MODE EXPERT** Tracer un triangle  $ABC$  tel que la droite  $d$  soit la hauteur issue de  $A$ , la droite  $d'$  soit la hauteur issue de  $B$  et l'orthocentre  $H$  soit à l'intérieur du triangle  $ABC$ .



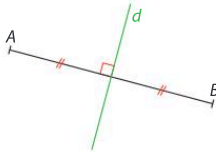
# 3

## Construire des médiatrices

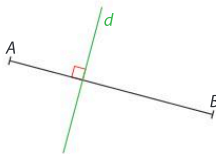
- ▶ La **médiatrice** d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment et passant par son milieu.
- ▶  $A$  et  $B$  désignent deux points distincts. La médiatrice du segment  $[AB]$  est l'ensemble de tous les points situés à égale distance de  $A$  et de  $B$ .

14 Dans chaque cas, indiquer si la droite  $d$  est la médiatrice du segment  $[AB]$  ou non. Justifier.

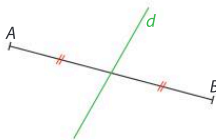
a.



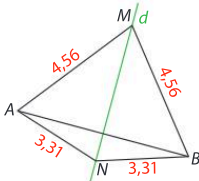
b.



c.



d.



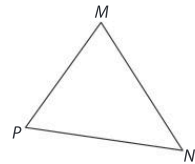
- ▶ Pour **construire la médiatrice** d'un segment  $[AB]$ , on peut placer, à l'aide d'un **compas**, deux points à égale distance de  $A$  et de  $B$ .

15 Construire la médiatrice du segment  $[AB]$  en utilisant le compas et la règle non graduée.

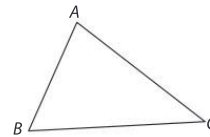


- ▶ Dans un triangle, les médiatrices des trois côtés sont concourantes : elles se coupent en un même point qui est le centre du cercle passant par les sommets du triangle. Ce cercle est appelé le **cercle circonscrit au triangle**.

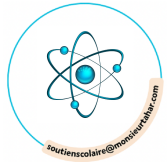
16 Construire deux médiatrices du triangle  $MNP$ , puis tracer le cercle circonscrit à ce triangle.



17 **MODE EXPERT** 1. Construire le cercle circonscrit au triangle  $ABC$ . Nommer son centre  $O$ .



2. On note  $M$  le point d'intersection de la droite  $(BC)$  et de la médiatrice du segment  $[AC]$ , et  $H$  le pied de la hauteur du triangle  $ABC$  issue de  $B$ . Montrer que  $\widehat{CMO} = \widehat{CBH}$ .



# 4

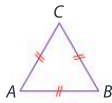
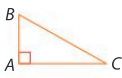
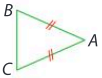
## Connaitre les triangles particuliers

► Un **triangle rectangle** est un triangle qui possède un angle droit. Le côté opposé à l'angle droit s'appelle l'**hypoténuse**.

► Un **triangle isocèle** est un triangle qui a deux côtés de même longueur.

► Un **triangle équilatéral** est un triangle qui a trois côtés de même longueur.

18 Relier chaque triangle au nom qui lui correspond.

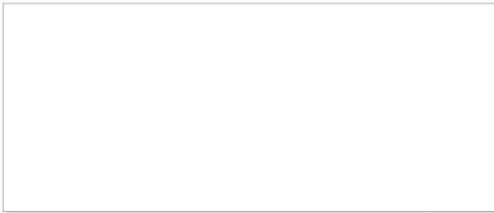


Équilatéral

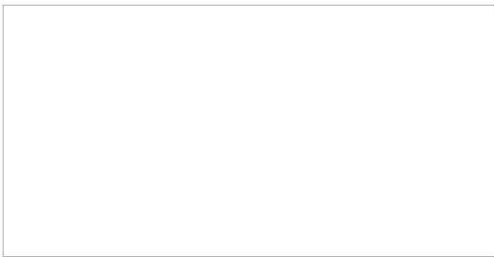
Isocèle en A

Rectangle en A

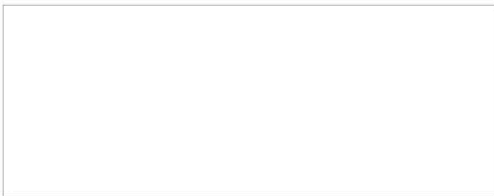
19 Construire un triangle ABC isocèle en A tel que  $AB = 2,5$  cm et  $BC = 3$  cm.



20 Construire un triangle RST rectangle en S tel que  $RS = 4,5$  cm et  $ST = 3$  cm.



21 Construire un triangle TUV équilatéral de côté 2,5 cm.



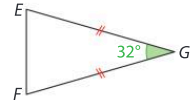
► Si un triangle ABC est isocèle en A, alors les angles  $\widehat{ABC}$  et  $\widehat{ACB}$  ont **même mesure**.

Si les angles  $\widehat{ABC}$  et  $\widehat{ACB}$  ont même mesure, alors le triangle ABC est **isocèle** en A.

► Si un triangle est équilatéral, alors ses trois angles mesurent chacun  $60^\circ$ .

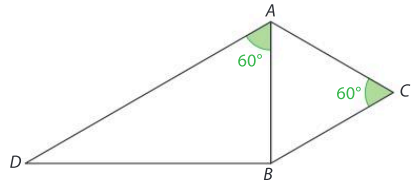
Si un triangle a trois angles de même mesure, alors il est **équilatéral**.

22 Calculer les mesures des angles  $\widehat{GEF}$  et  $\widehat{GFE}$  et du triangle EFG ci-contre. Justifier.



.....  
.....

23 ABD est un triangle tel que  $\widehat{BAD} = 60^\circ$ . ABC est un triangle tel que  $\widehat{BCA} = 60^\circ$ . Les droites (AD) et (BC) sont parallèles.



Montrer que le triangle ABC est équilatéral.

.....  
.....  
.....  
.....

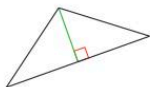
24 **MODE EXPERT** Prouver que dans un triangle équilatéral, la médiatrice et la hauteur issue du même sommet sont confondues.

.....  
.....  
.....  
.....

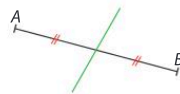


## 25 Parcours ceinture jaune

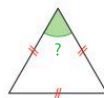
1. Peut-on construire le triangle  $ABC$  tel que  $AB = 3$  cm,  $BC = 4$  cm et  $AC = 5$  cm ? \_\_\_\_\_
2. Peut-on construire le triangle  $ABC$  tel que  $AB = 1$  cm,  $BC = 1$  cm et  $AC = 10$  cm ? \_\_\_\_\_
3. La droite verte tracée ci-dessous est-elle une hauteur du triangle ? \_\_\_\_\_



4. La droite verte ci-dessous est-elle la médiatrice du segment  $[AB]$  ? \_\_\_\_\_



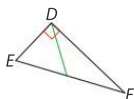
5. Combien mesure cet angle ? \_\_\_\_\_



## 26 Parcours ceinture verte

1. Peut-on construire le triangle  $ABC$  tel que  $AB = 0,74$  cm,  $BC = 0,6$  cm et  $AC = 1,21$  cm ? \_\_\_\_\_

2. La droite verte tracée ci-dessous est-elle la hauteur du triangle issue de  $D$  ? \_\_\_\_\_



3. Le cercle ci-contre est-il le cercle circonscrit au triangle ? \_\_\_\_\_



4. Combien mesure cet angle ? \_\_\_\_\_



## 27 Parcours ceinture noire

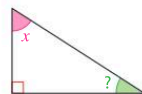
1.  $x$  est un nombre entier positif non nul. Peut-on toujours construire le triangle  $ABC$  tel que  $AB = 3x$ ,  $AC = 2x$  et  $BC = 2x$  ? \_\_\_\_\_

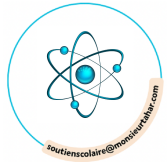
2. Deux hauteurs d'un triangle peuvent-elles être parallèles entre elles ? \_\_\_\_\_

3. Quelle est la nature d'un triangle dont les médiatrices de deux côtés sont perpendiculaires ? \_\_\_\_\_

4. Exprimer la mesure de l'angle vert en fonction de  $x$ .

Combien mesure l'angle vert si l'angle rose mesure  $27^\circ$  ?





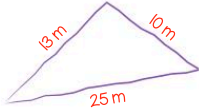
# Problèmes



## 28 Le potager

Raisonner, Calculer

Mathias veut installer un potager triangulaire dans son jardin. Il fait tout d'abord le plan suivant à main levée.



Pourra-t-il réaliser son potager ? Justifier.

.....  
.....  
.....  
.....

## 29 La forêt

Raisonner, Modéliser

Rihanna et Laetitia sont cachées dans une forêt à 300 m l'une de l'autre. Elles veulent communiquer par téléphone avec Sami qui leur dit qu'il est lui aussi caché dans la forêt à 400 m de Rihanna et à 350 m de Laetitia.

1. Dans le plan ci-dessous, le point  $R$  représente la position de Rihanna, le point  $L$  celle de Laetitia. Construire les deux positions  $S$  et  $S'$  où peut se trouver Sami.



Échelle : 1 cm pour 100 m

2. La droite  $(SS')$  est-elle la médiatrice du segment  $[RL]$  ? Justifier.

.....  
.....  
.....  
.....

## 30 Les chemins

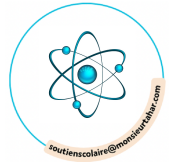
Modéliser

Les maisons de Nina et Aaron se trouvent respectivement à 1 000 m et 1 200 m du collège.

1. Nina pense que sa maison est située à 2 300 m de celle d'Aaron. Aaron n'est pas d'accord et affirme que sa maison est située à 1 500 m de celle de Nina. L'un des deux a tort. Lequel ?

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

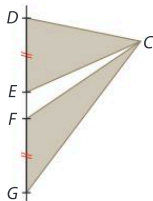
2. La salle de sport où se retrouvent régulièrement Aaron et Nina est située à égale distance du collège et de leurs deux maisons. Réaliser un plan à l'échelle  $\frac{1}{20\,000}$  de l'emplacement de leurs maisons, du collège et de la salle de sport.



31 Le sculpteur

Modéliser, Reasonner

Pour réaliser ses œuvres, un sculpteur décide d'utiliser des plaques triangulaires en bronze ayant toutes la même aire. Il affirme que les deux plaques triangulaires  $CDE$  et  $CFG$  représentées ci-dessous respectent cette condition, sachant que les points  $D, E, F$  et  $G$  sont alignés.



1. A-t-il raison ? Justifier.

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

2. Le sculpteur souhaite par ailleurs que certaines de ces plaques possèdent un axe de symétrie. Comment peut-il s'y prendre pour réaliser ces plaques ? Justifier.

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

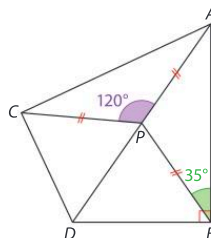
3. Le sculpteur souhaite construire une plaque  $ABC$  isocèle en  $C$  telle que  $AB = 2,5$  m et dont la hauteur issue de  $C$  mesure 2 cm.

Construire la plaque en prenant pour échelle 1 cm pour 1 m.

32 Quadrilatère

Modéliser, Reasonner, Calculer, Communiquer

On considère la figure ci-dessous, où les points  $D, P$  et  $A$  sont alignés.



1. Calculer la mesure de l'angle  $\widehat{DPC}$ .

---

2. Calculer la mesure de l'angle  $\widehat{BPA}$ .

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

3. En déduire la mesure de l'angle  $\widehat{DPB}$ .

---

4. Démontrer que le triangle  $DPB$  est isocèle en  $P$ .

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

5. Les points  $A, B, C$  et  $D$  appartiennent-ils tous à un même cercle ? Si oui, lequel ?

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

