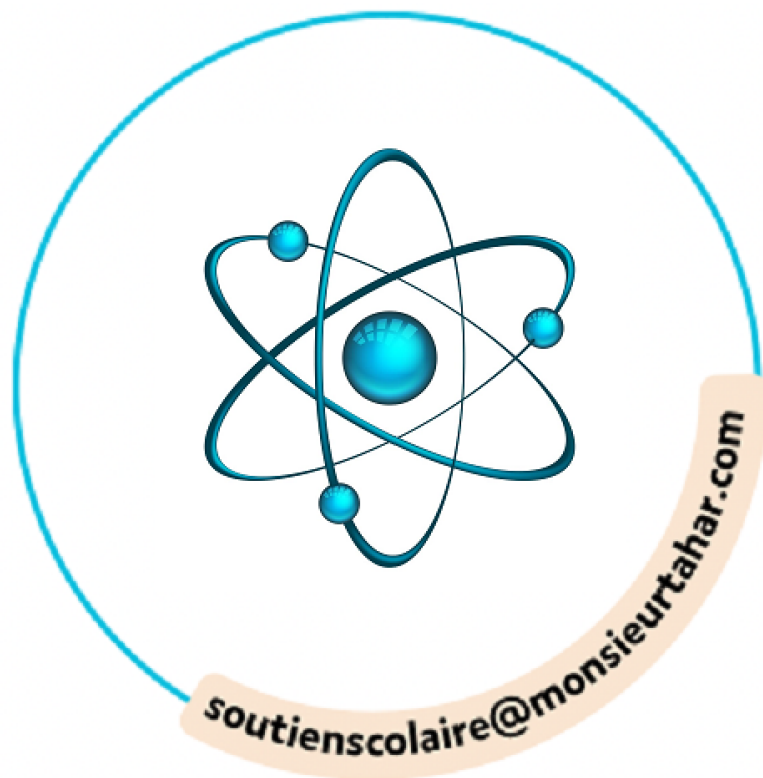


MATHS

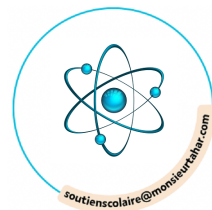


Périmètre et aire

CHAPITRE 10

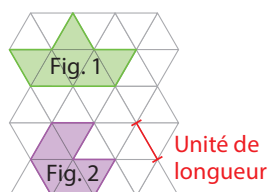
1

Comparer et mesurer des périmètres

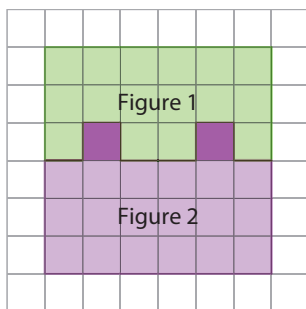


► Le **périmètre** d'une figure est la longueur de son contour. Il s'exprime à l'aide d'une unité de longueur.

- 1 Déterminer les périmètres $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ des figures 1 et 2.



- 2 Comparer les périmètres de ces deux figures.



- 3 Compléter les égalités suivantes.

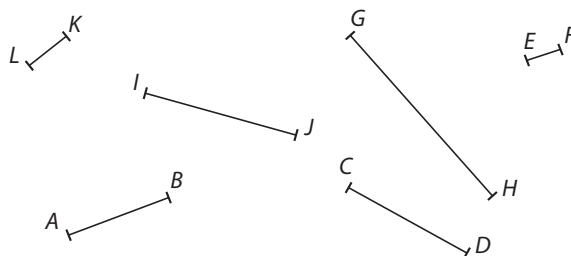
- a. 82 m = dam b. 21 mm = dm
c. 5 hm = m d. 37 m = cm
e. 7,8 dm = cm f. 18,2 m = km
g. 30 m = km h. 12 cm = dm

- 4 Compléter chaque égalité à l'aide d'une unité de longueur.

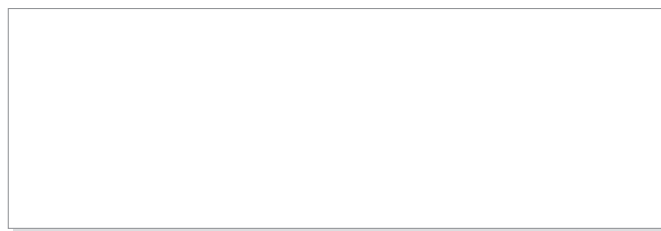
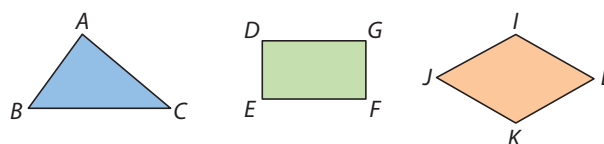
- a. 110,5 m = 1 105 b. 3,6 km = 3 600
c. 0,026 hm = 2,6 d. 36 mm = 0,36
e. 4 561 cm = 4,561 f. 58 000 mm = 0,58
g. 0,003 dam = 30
h. 14,57 dm = 0,145 7

► Pour comparer les périmètres de plusieurs polygones, on peut **reporter avec le compas** les longueurs de leurs côtés sur une demi-droite.

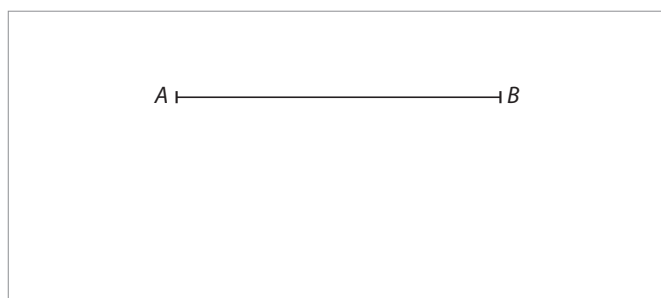
- 5 À l'aide du compas, classer les six segments ci-dessous, du plus court au plus long.



- 6 Sans utiliser la règle graduée, et en reportant des longueurs à l'aide du compas, déterminer laquelle de ces trois figures a le plus grand périmètre.

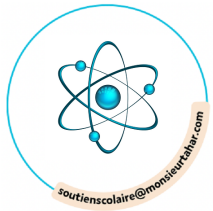


- 7 **MODE EXPERT** Sans mesurer, construire un triangle dont le périmètre est égal à la longueur AB.



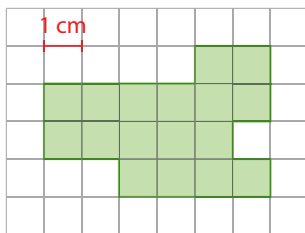


2 Calculer le périmètre d'un polygone



- Le périmètre $\mathcal{P}$ d'un polygone est égal à la **somme des longueurs de ses côtés**.
- Le périmètre $\mathcal{P}$ d'un carré est $\mathcal{P} = 4 \times c$, où c est la longueur de son côté.
- Le périmètre $\mathcal{P}$ d'un rectangle est $\mathcal{P} = 2 \times L + 2 \times l = 2 \times (L + l)$, où L et l sont respectivement la longueur et la largeur.

8 Calculer le périmètre de cette figure.



9 Calculer les périmètres des figures suivantes.

a. Un carré de côté 15 cm.

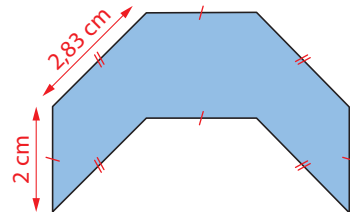
b. Un carré de côté 6,8 dm.

c. Un rectangle de longueur 3 m et de largeur 21 m.

10 Calculer le périmètre d'un triangle ABC isocèle en A tel que $AB = 3$ cm et $BC = 5$ cm.

11 Quelle est la longueur d'un rectangle qui a pour largeur 3 dm et pour périmètre 16 dm ?

12 Calculer le périmètre du polygone suivant.

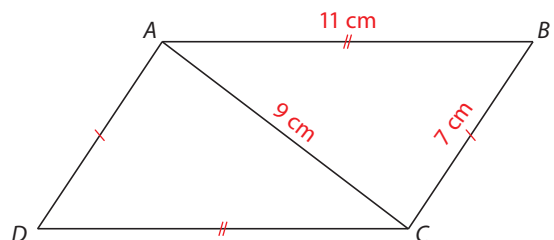


13 1. Entourer les calculs qui donnent le périmètre $\mathcal{P}$ en mètres d'un rectangle de 2,5 dam de long et de 5 m de large.

- a. $2,5 \times 2 + 5 \times 2$
- b. $25 + 5 \times 2$
- c. $2,5 \times 2 + 0,5 \times 2$
- d. $(25 + 5) \times 2$
- e. $(2,5 + 5) \times 2$
- f. $2,5 \times 10 \times 2 + 5 \times 2$

2. Calculer ce périmètre en mètres et en décamètres.

14 $EFGH$ est un carré dont le périmètre est égal à celui du parallélogramme $ABCD$ ci-dessous. Quelle est la longueur du côté de ce carré ?

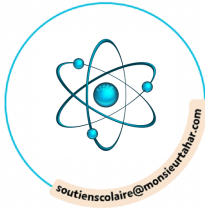


15 **MODE EXPERT** Compléter le tableau qui donne les dimensions de quatre rectangles.

	R1	R2	R3	R4
Longueur	3 cm	2,1 cm	15 dm	
Largeur	2,5 cm	18 mm		1 km
Périmètre			40 dm	8 000 m

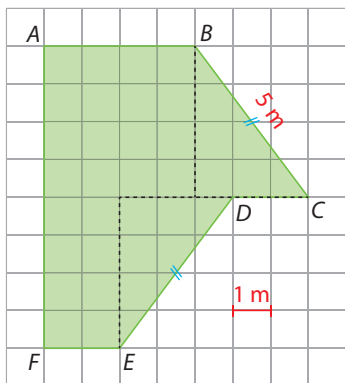


3 Calculer le périmètre d'une figure

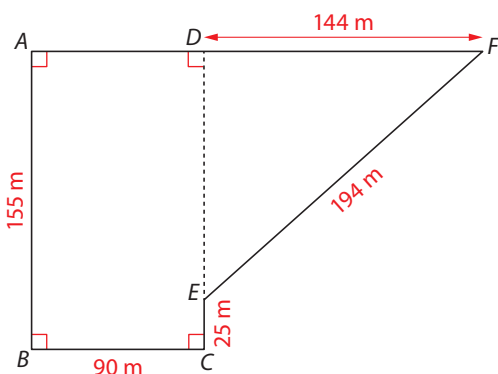


► Pour calculer le périmètre d'une figure complexe, on peut la **décomposer astucieusement** en plusieurs figures.

16 Déterminer le périmètre $\mathcal{P}$ de la figure $ABCDEF$.



17 Déterminer le périmètre $\mathcal{P}$ de la figure $ABCEF$.



► La **longueur d'un cercle** est :

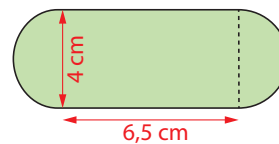
$$L = D \times \pi = 2 \times R \times \pi,$$

où D est le diamètre du cercle, R son rayon.

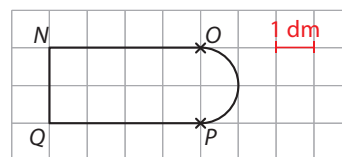
$\pi \approx 3,141\,592\,653 \dots$

En pratique, on utilise souvent **3,14** comme valeur approchée du **nombre π** (qui se lit « pi ») ou la touche π de la calculatrice pour avoir davantage de décimales.

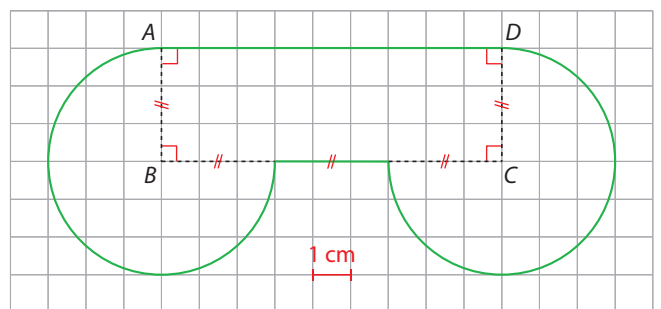
18 Calculer le périmètre $\mathcal{P}$ de la figure suivante et en donner un arrondi au millimètre près.



19 Calculer le périmètre de cette figure. Arrondir au mm près.



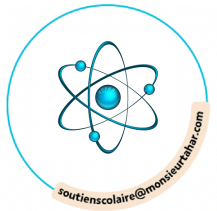
20 **MODE EXPERT** Calculer le périmètre de cette monture de lunettes verte. Arrondir au mm près.





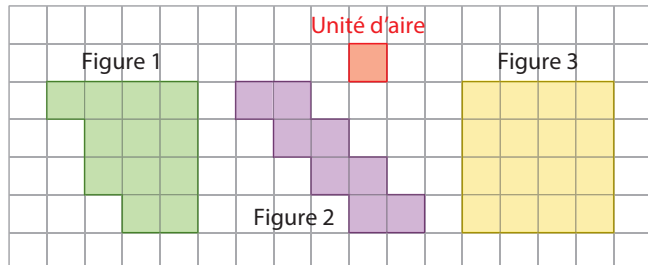
4

Comparer et déterminer des aires

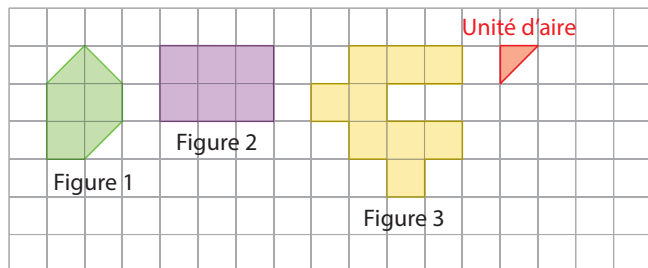


► L'**aire** d'une figure est la mesure de sa surface intérieure, dans une unité donnée.

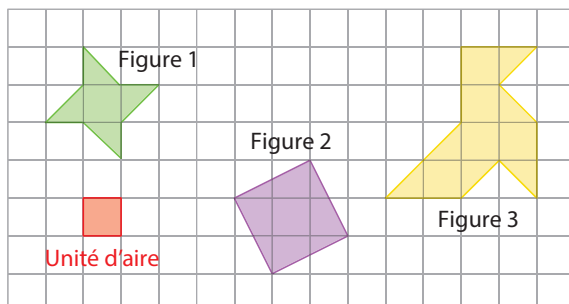
21 Déterminer l'aire de chacune des trois figures.



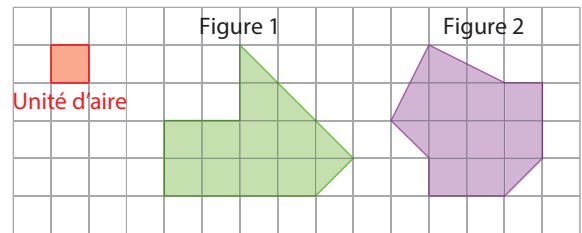
22 Déterminer l'aire de chacune des trois figures.



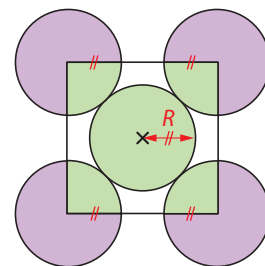
23 Déterminer l'aire de chacune des trois figures.



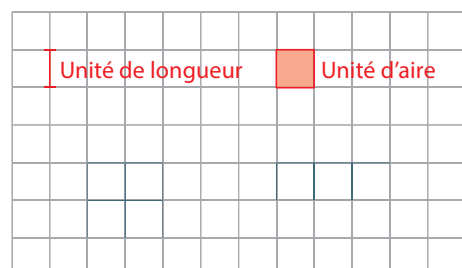
24 Comparer l'aire de ces figures.



25 **MODE EXPERT** Dans la figure suivante, comparer l'aire de la partie verte et celle de la partie violette.



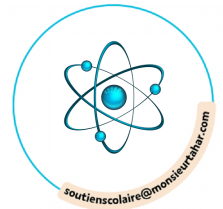
26 **MODE EXPERT** Tracer deux quadrilatères ayant le même périmètre mais pas la même aire.





5

Convertir des aires



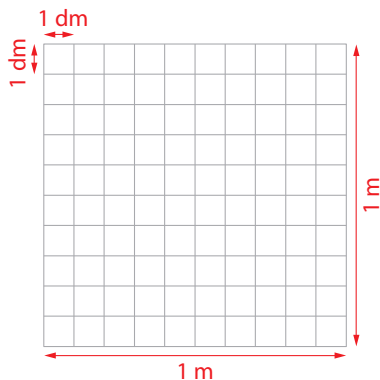
- L'unité usuelle d'aire est le **mètre carré**, noté **m²**. Elle correspond à l'aire d'un carré de 1 m de côté.
- 1 dm² correspond à l'aire d'un carré de 1 dm de côté, 1 cm² correspond à l'aire d'un carré de 1 cm de côté, etc.

27 À l'aide du schéma ci-contre, compléter.

$$1 \text{ m}^2 = \dots \text{ dm}^2$$

On en déduit donc

$$\text{que } 1 \text{ dm}^2 = \dots \text{ m}^2.$$



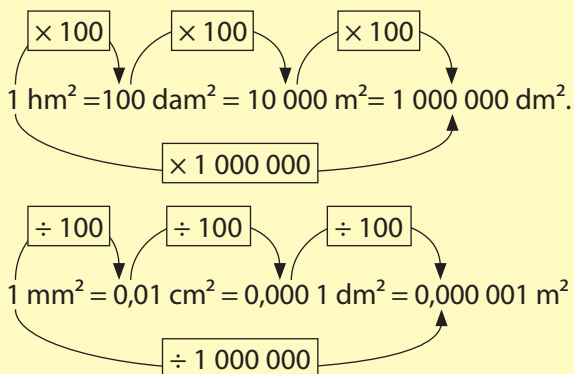
28 Julie : « Le préfixe « déca » multiplie par 10 l'unité de longueur devant laquelle il est placé. »

Olivier : « Donc 1 dam² = 10 m². »

Salim : « Non, 1 dam² = 100 m² (on multiplie par 100) et 1 m² = 0,01 dam² (on divise par 100). »

Qui a raison ? Qui a tort ? Pourquoi ?

- Pour convertir des aires, on peut effectuer des successions de **multiplications par 100** ou de **divisions par 100**.



29 En déduire les conversions suivantes.

- $15 \text{ m}^2 = 15 \times \dots \text{ dm}^2 = \dots \text{ dm}^2$
- $698 \text{ dm}^2 = 698 \div \dots \text{ m}^2 = \dots \text{ m}^2$
- $3\,743 \text{ mm}^2 = 3743 \div \dots \text{ cm}^2 = \dots \text{ cm}^2$
- $0,5 \text{ m}^2 = 0,5 \times \dots \text{ dm}^2 = \dots \text{ dm}^2$
- $36,74 \text{ hm}^2 = 36,74 \times \dots \text{ dam}^2 = \dots \text{ dam}^2$
- $0,456 \text{ cm}^2 = 0,456 \times \dots \text{ mm}^2 = \dots \text{ mm}^2$

30 Compléter.

- $3,5 \text{ m}^2 = 3,5 \times \dots \text{ cm}^2 = \dots \text{ cm}^2$
- $0,87 \text{ hm}^2 = 0,87 \times \dots \text{ dm}^2 = \dots \text{ dm}^2$
- $354 \text{ m}^2 = 354 \div \dots \text{ hm}^2 = \dots \text{ hm}^2$
- $65,4 \text{ cm}^2 = 65,4 \div \dots \text{ m}^2 = \dots \text{ m}^2$

31 Convertir dans l'unité indiquée.

- $3,891 \text{ m}^2 = \dots \text{ cm}^2$
- $63 \text{ km}^2 = \dots \text{ m}^2$
- $26 \text{ mm}^2 = \dots \text{ cm}^2$
- $751,3 \text{ cm}^2 = \dots \text{ m}^2$
- $58\,490,6 \text{ dm}^2 = \dots \text{ dam}^2$

- Pour mesurer un terrain, on utilise plutôt l'**are** (noté a) et l'**hectare** (noté ha).

$$\bullet 1 \text{ a} = 1 \text{ dam}^2 = 100 \text{ m}^2 \quad 1 \text{ ha} = 100 \text{ a} = 1 \text{ hm}^2$$

32 Compléter.

- $1 \text{ ha} = \dots \text{ m}^2$
- $0,59 \text{ ha} = \dots \text{ m}^2$
- $36 \text{ a} = \dots \text{ ha}$
- $548,2 \text{ a} = \dots \text{ m}^2$
- $2,47 \dots = \dots \text{ a} = \dots \text{ m}^2$
- Un hectare correspond à l'aire d'un carré de $\dots \text{ m}$ de côté.

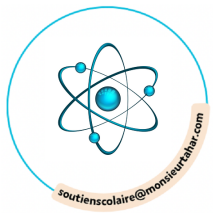
33 **MODE EXPERT** Compléter par un nombre ou une unité d'aire.

- $0,05 \text{ m}^2 = \dots \text{ cm}^2 = 50\,000 \dots$
- $8,3 \text{ hm}^2 = \dots \text{ a} = 0,083 \dots$
- $67\,000\,000 \text{ mm}^2 = 67 \dots = \dots \text{ a}$
- $830 \text{ ha} + 25 \text{ a} = \dots \text{ km}^2$

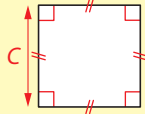


6

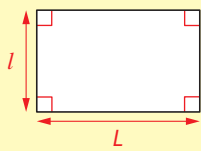
Calculer une aire avec une formule



► L'aire d'un **carré** de côté c est
 $\mathcal{A} = c \times c$.



► L'aire d'un **rectangle** de longueur L et de largeur l est
 $\mathcal{A} = L \times l$.



34 Calculer l'aire de chaque figure.

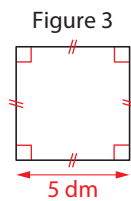
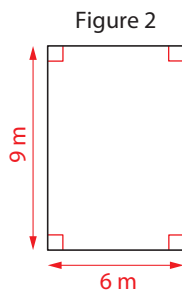
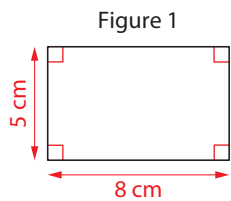
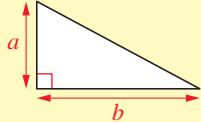


Figure 1 : $\mathcal{A}_1 =$

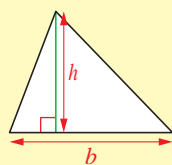
Figure 2 : $\mathcal{A}_2 =$

Figure 3 : $\mathcal{A}_3 =$

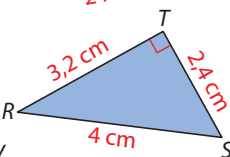
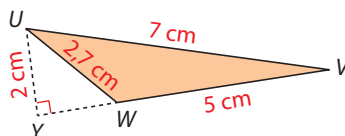
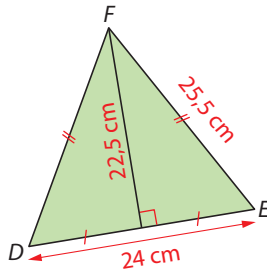
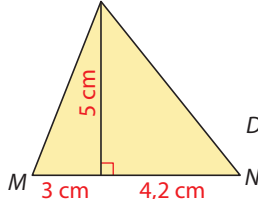
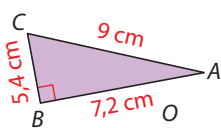
► L'aire du **triangle rectangle** ci-contre est $\mathcal{A} = (a \times b) \div 2$.



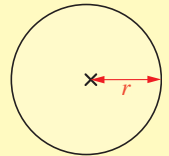
► L'aire du **triangle** ci-contre est $\mathcal{A} = (h \times b) \div 2$.



35 Calculer les aires des triangles suivants.



► L'aire d'un **disque** de rayon r est
 $\mathcal{A} = r \times r \times \pi$.



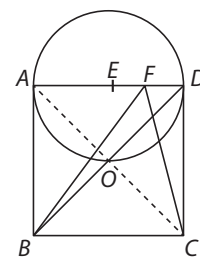
36 Calculer l'aire $\mathcal{A}$ des figures suivantes (arrondir à l'unité).

1. Un disque de rayon 5 cm.

2. Un disque de diamètre 8 cm.

3. Un demi-disque de diamètre 10 m.

37 **MODE EXPERT** ABCD est un carré de centre O et de côté 4 cm. E et F sont les milieux respectifs de [AD] et [ED]. Le cercle de centre E passe par A.



Calculer :

a. l'aire du carré ABCD ;

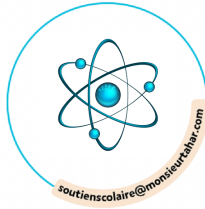
b. l'aire du triangle BFC ;

c. l'aire du triangle BDC ;

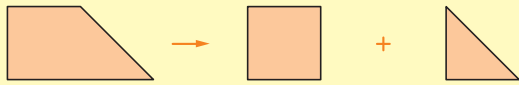
d. l'aire du disque de centre E passant par A (on donnera une valeur approchée au mm^2 près).



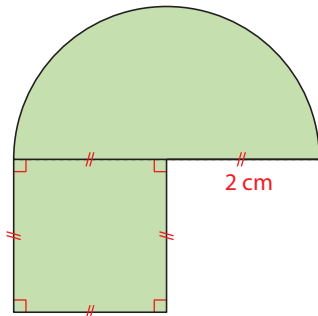
7 Calculer l'aire d'une figure complexe



► Pour calculer l'aire d'une figure complexe, on peut **décomposer la figure** puis additionner.



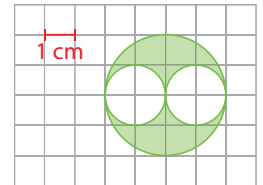
38 Calculer l'aire $\mathcal{A}$ de la figure ci-dessous. Arrondir au cm^2 .



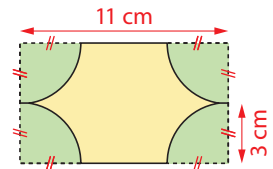
► Pour calculer l'aire d'une figure complexe, on peut **compléter la figure** puis soustraire.



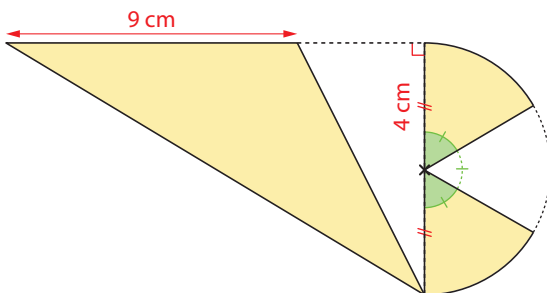
40 Calculer l'aire $\mathcal{A}$ de la figure verte. Arrondir au centième.



41 Une carte de vœu est bicolore. Calculer l'aire $\mathcal{A}$ de la partie jaune. Arrondir à l'unité.



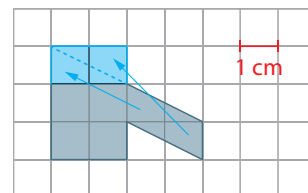
39 **MODE EXPERT** Calculer l'aire $\mathcal{A}$ de la surface coloriée en jaune. Arrondir un mm^2 .



► Pour calculer l'aire d'une figure complexe, on peut « **découper** » puis déplacer.



42 Calculer l'aire $\mathcal{A}$ de la figure bleue ci-dessous.



43 Parcours ceinture jaune

1. $1 \text{ m} = \dots\dots\dots \text{ cm}$

2. $1 \text{ m}^2 = \dots\dots\dots \text{ dm}^2$

3. $1 \text{ dm}^2 = \dots\dots\dots \text{ m}^2$

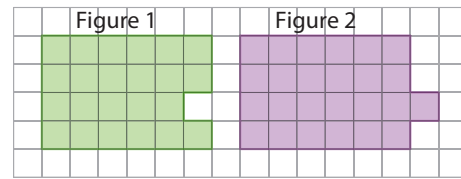
4. Compléter.

Le périmètre d'un carré de côté c est

L'aire d'un rectangle de largeur l et de

longueur L est

5. Comparer les périmètres des figures 1 et 2 et les aires des figures 1 et 2.



6. Quelle est la longueur approximative d'un cercle de rayon 1 cm ?

44 Parcours ceinture verte

1. $15 \text{ mm} = \dots\dots\dots \text{ cm}$

2. $1 \text{ m}^2 = \dots\dots\dots \text{ cm}^2$

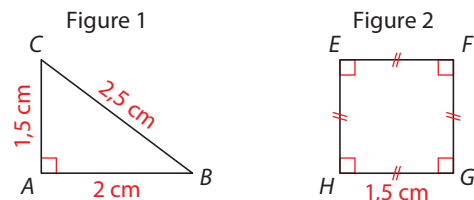
3. $1 \text{ a} = \dots\dots\dots \text{ ha}$

4. Compléter.

L'aire d'un carré de côté c est

5. Quelle est la longueur approximative d'un demi-cercle de rayon 10 cm ?

6. Comparer les périmètres des figures 1 et 2 et les aires des figures 1 et 2.



45 Parcours ceinture noire

1. $25,3 \text{ mm} = \dots\dots\dots \text{ dm}$

2. $3,2 \text{ ha} = \dots\dots\dots \text{ m}^2$

3. Compléter.

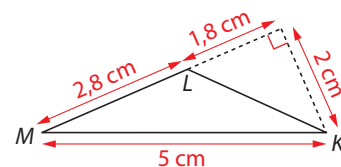
L'aire d'un carré de 200 m de côté est égale

à ha.

4. Quel est le périmètre d'un triangle équilatéral de côté a ?

5. Quelle est l'aire approximative d'un disque de diamètre 20 cm ?

6. Quelle est l'aire du triangle LMK ci-dessous ?



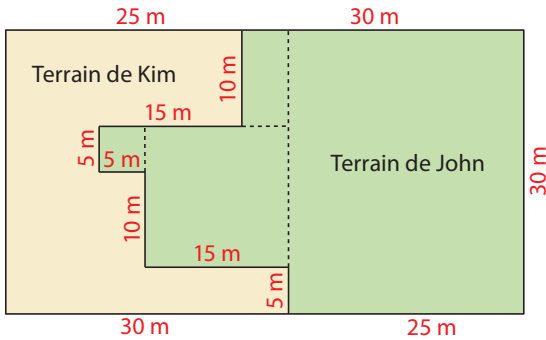
Problèmes



46 Les voisins

Modéliser, Calculer

John et Kim sont voisins. Leurs deux terrains sont représentés ci-dessous. Tous les angles de la figure sont droits.



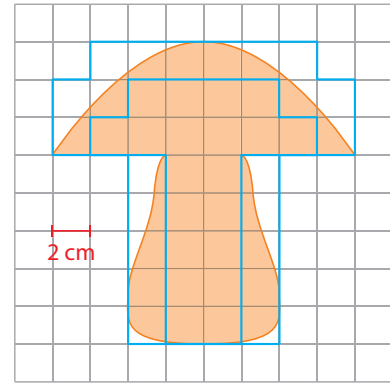
1. Calculer le périmètre de chacun des terrains puis comparer les résultats.

2. Calculer l'aire de chacun des terrains puis comparer les résultats.

47 Le champignon

Modéliser, Calculer

On a représenté ci-après la coupe transversale d'un champignon sur du papier quadrillé. À l'aide de ce schéma réalisé à l'échelle, donner un encadrement de l'aire $\mathcal{A}$ (en cm^2) de cette coupe grande réelle.



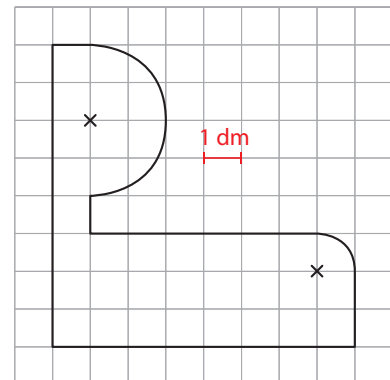
48 La couture

Calculer, Modéliser

La couture d'un côté d'un fauteuil est représentée ci-dessous (on a placé les centres des deux arcs de cercles).



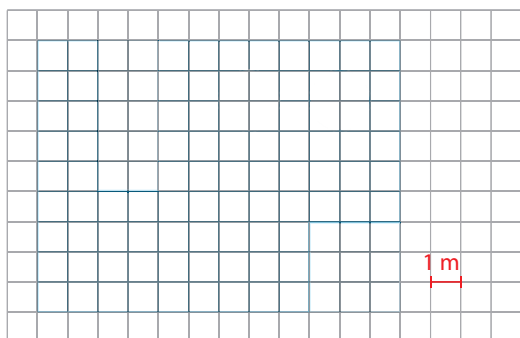
► Calculer la longueur de cette couture. Arrondir au cm.





- une allée de 5 mètres de long et de 2 mètres de large ;
- un potager carré de 3 mètres de côté ;
- deux arbres dont le diamètre à la base du tronc mesure 2 mètres.

1. Représenter un schéma possible du jardin de Philippe.

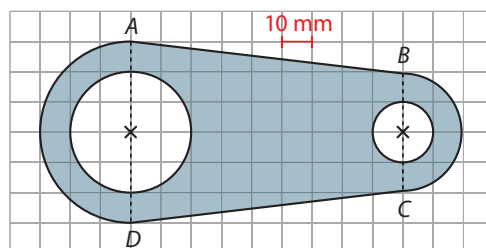


2. Combien mesure la surface de pelouse que Philippe doit tondre ?

► L'odomètre-roue est conçu pour parcourir 1 m en un tour de roue. Quel est, en cm, le diamètre de sa roue ? Arrondir à l'unité.

51 La pièce métallique
Chercher, Modéliser, Calculer

Une pièce métallique est représentée ci-dessous. Elle est percée de deux trous circulaires.



► Calculer son aire et donner le résultat en cm^2 , arrondi au mm^2 près.

50 L'odomètre
Chercher, Raisonner

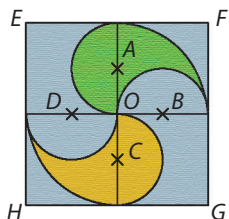
Un odomètre est un instrument de mesure qui affiche sur un compteur la distance parcourue.



52 Le motif

Calculer, Raisonner

Une frise est réalisée à partir d'un motif dessiné ci-contre. $EFGH$ est un carré de centre O et de 10 cm de côté. Les points A, B, C et D sont les centres de quatre demi-cercles et O celui de deux quarts de cercles.



1. Calculer le périmètre de la figure jaune.

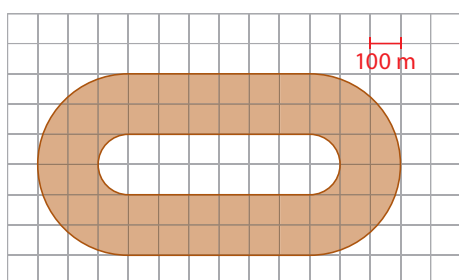
2. Calculer l'aire de la figure jaune.

3. Calculer l'aire de la partie bleue.

53 Karting

Calculer, Raisonner, Modéliser

Voici le plan d'un circuit de karting.



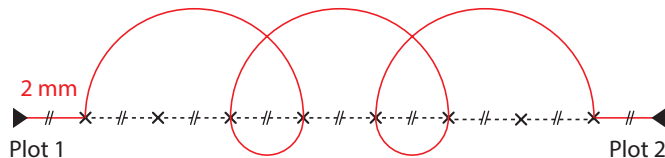
Le pilote A roule le long du bord extérieur du circuit ; le pilote B roule le long du bord intérieur.

► Combien de mètres supplémentaires parcourt le pilote A par rapport au pilote B ?

54 Le filament

Chercher, Calculer

Un filament est positionné entre deux plots comme indiqué ci-dessous.

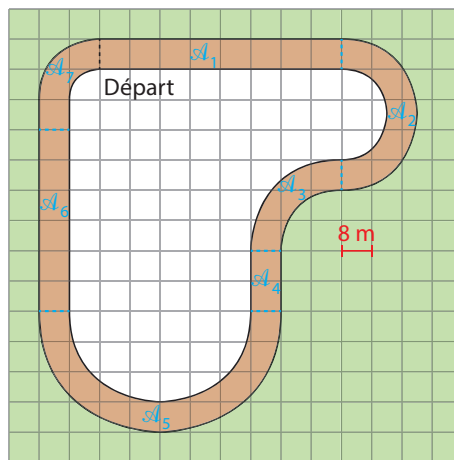


► Quelle est la longueur de ce filament ? Arrondir au dixième de mm.

55 Circuit de motos

Modéliser, Raisonner, Calculer

La piste de ce circuit de motos mesure 8 mètres de large.



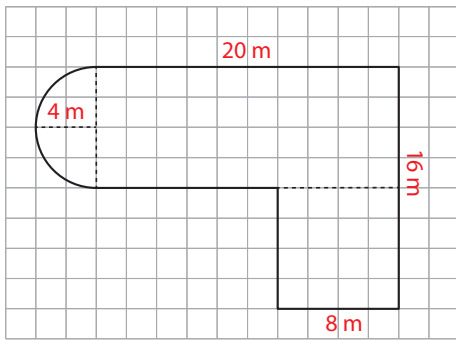
► Calculer l'aire de ce circuit.

Tâche complexe

56

Marie s'installe avec sa famille aux USA. Elle s'intéresse au prix d'une maison dont elle a réalisé le plan à l'aide de mesures prises sur un chantier français.

Doc 1 Le plan de Marie

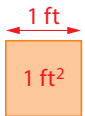


Doc 2 Unité de longueur américaine

Aux États-Unis, l'unité de longueur utilisée n'est pas le mètre mais le *foot* (*feet* au pluriel, symbole ft).

$1 \text{ m} \approx 3,3 \text{ ft}$

Les aires sont exprimées en *feet square* (ft^2). Un *foot square* correspond à l'aire d'un carré d'un *foot* de côté.



Doc 3 Prix de l'immobilier américain

Le prix d'une maison est proportionnel à sa surface. Dans cette région américaine, 1 ft^2 est vendu 350 dollars ($1 \text{ dollar} = 0,83 \text{ euro}$).

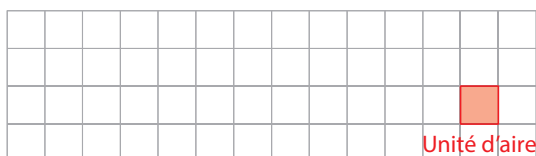
► Marie a un budget de 700 000 €. Peut-elle acheter cette maison ?



Le jeu

Grand périmètre

Le jeu se joue à deux. Un nombre entier entre 5 et 12 est annoncé au hasard. En une minute, chaque joueur doit dessiner une figure fermée sur une grille comme ci-dessous, de telle sorte que son aire soit égale au nombre donné au départ. Seuls les segments horizontaux et verticaux sont autorisés. Le joueur dont la figure a le plus grand périmètre marque un point. En cas d'égalité de périmètre, personne ne marque.



Le défi

Course

Lors d'une course à vélo, chaque participant doit effectuer 27,75 km sur le parcours représenté ci-dessous. Où est le point d'arrivée A ?

