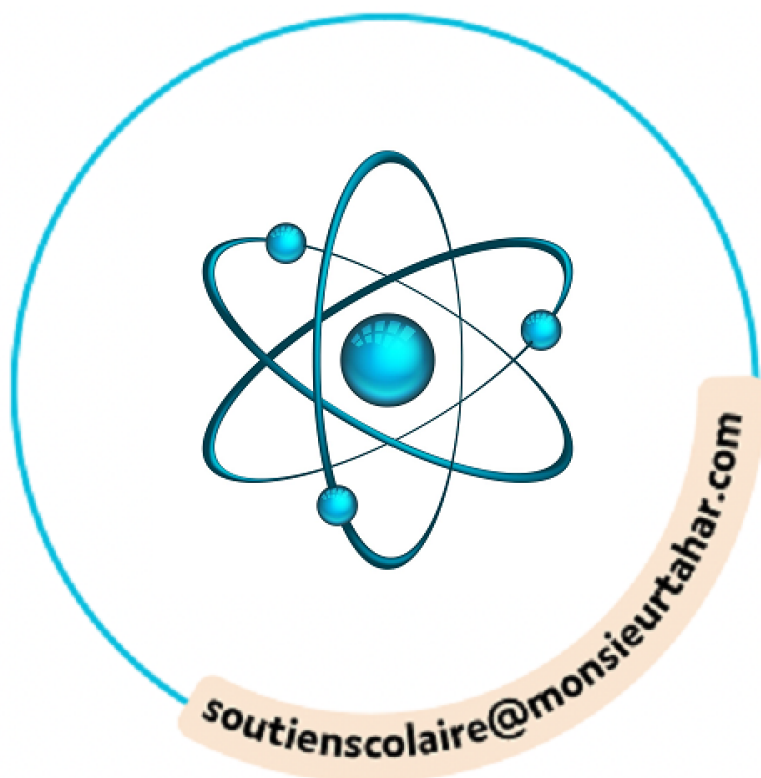


MATHS

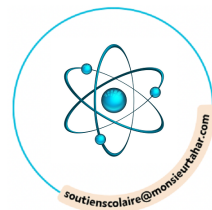


Espace et volume

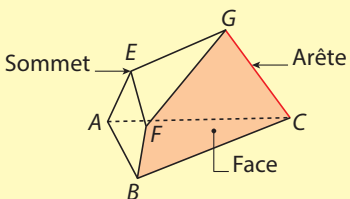
CHAPITRE 12

1

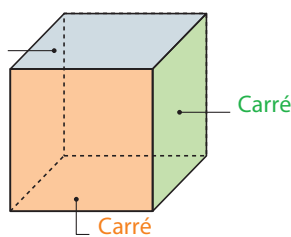
Reconnaitre et représenter des solides



► Un **polyèdre** est un solide dont les faces sont des polygones. Les côtés de ces polygones sont appelés **arêtes**, ils sont délimités par des points appelés **sommets**.

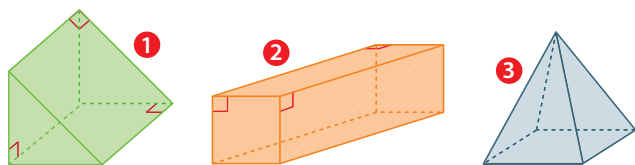


1



1. Comment s'appelle ce solide ?
2. Combien a-t-il de faces ?
3. Combien a-t-il d'arêtes ?
4. Combien a-t-il de sommets ?

2 Trois polyèdres sont représentés ci-dessous.



Compléter.
Solide 1

Nom :

Nombre de faces : de sommets : d'arêtes :

Solide 2

Nom :

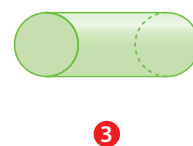
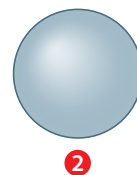
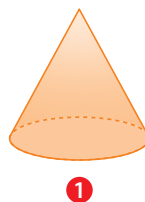
Nombre de faces : de sommets : d'arêtes :

Solide 3

Nom :

Nombre de faces : de sommets : d'arêtes :

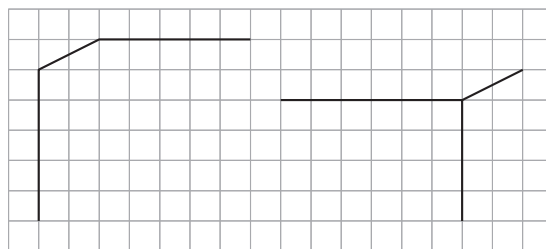
3 Nommer chacun de ces solides.



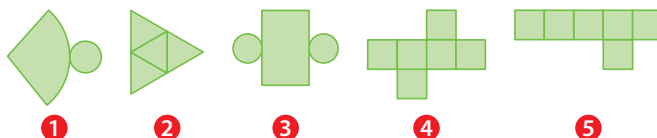
► Pour représenter un solide du plan, on peut utiliser la **perspective cavalière**, dans laquelle :

- les arêtes parallèles et de même longueur sont représentées par des segments parallèles et de même longueur ;
- les arêtes cachées sont représentées en pointillés

4 À l'aide du quadrillage, compléter les représentations du cube et du parallélépipède rectangle ci-dessous en perspective cavalière.



5 **MODE
EXPERT**

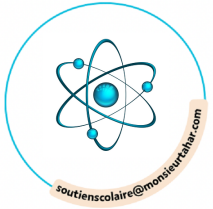


Parmi les patrons ci-dessus, indiquer le ou les patrons :

- d'un cube :
- d'une pyramide :
- d'un cône :
- d'un cylindre :

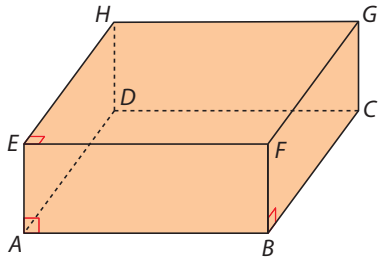


2 Connaître et représenter le pavé droit



► Le **pavé droit**, appelé aussi parallélépipède rectangle, est un solide dont les six faces sont des rectangles.

6 On considère le pavé droit ci-dessous.



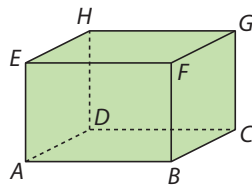
1. Nommer tous ses sommets.

2. Nommer toutes ses arêtes.

3. Nommer toutes ses faces.

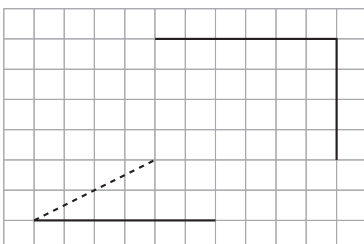
7 On considère le parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ ci-contre.

Vrai ou faux ?



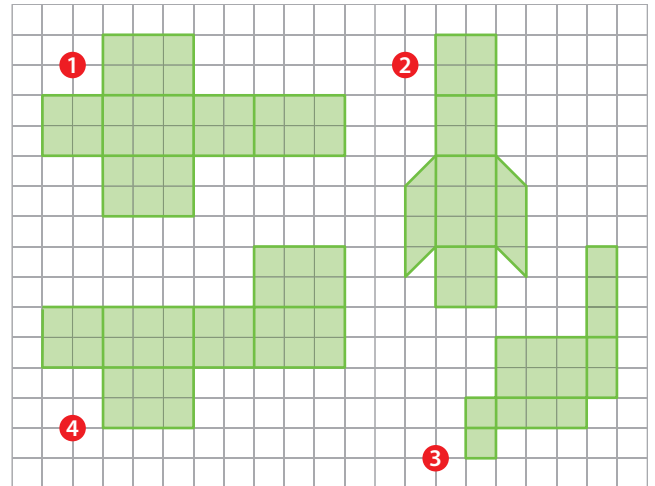
- $AEFB$ est un rectangle.
- Les polygones $AEHD$ et $CGHD$ ont les mêmes dimensions.
- Les droites (AE) et (BF) sont parallèles.
- L'arête $[GC]$ est non visible.
- $AEHD$ n'est pas un rectangle.
- FBC est un triangle rectangle.

8 Compléter la représentation en perspective cavalière du pavé droit ci-dessous.



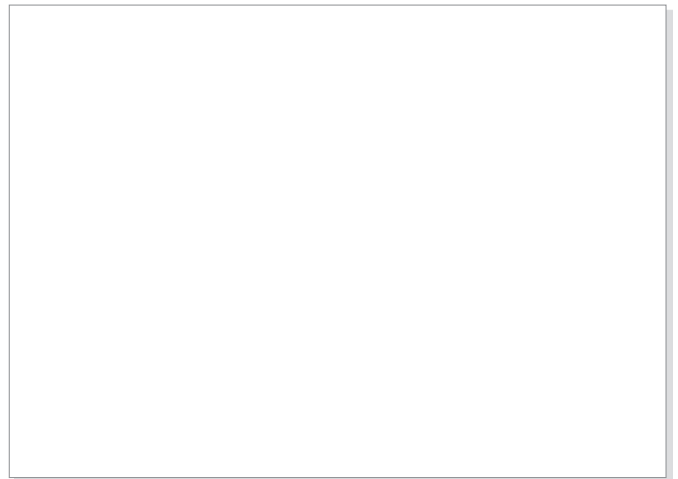
► Il existe plusieurs **patrons** possibles pour un même pavé droit.

9 Les patrons suivants sont-ils des patrons de parallélépipèdes rectangles ?



1 : 2 : 3 : 4 :

10 Construire le patron d'un pavé droit de 1,5 cm de long, 1 cm de large et 2 cm de hauteur.



11 **MODE EXPERT** Vrai ou faux ? Justifier.

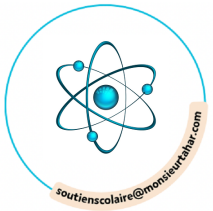
a. Si un solide est un cube, alors c'est un pavé droit.

b. Si un solide est un pavé droit, alors c'est un cube.



3

Se repérer dans le plan et dans l'espace

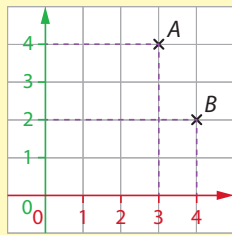


Dans un plan, par convention, on se repère d'abord **horizontalement** puis **verticalement**.

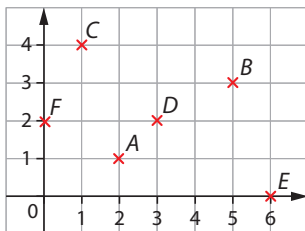
Le point A est repéré par les nombres 3 et 4.

On écrit A (3 ; 4).

Le point B est repéré par les nombres 4 et 2. On écrit B (4 ; 2).

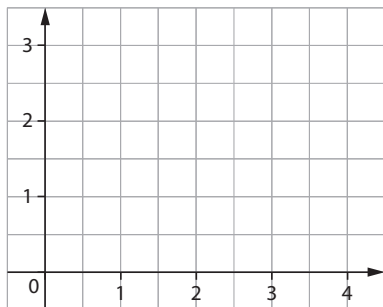


12 Repérer les points ci-dessous.



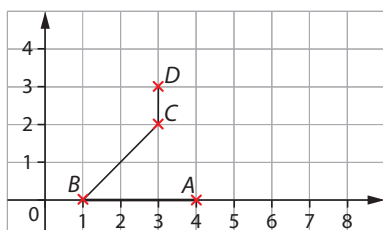
13 Placer les points suivants dans le repère ci-dessous.

A(4 ; 3) • B(2,5 ; 2) • C(1 ; 1,5)
D(3 ; 0) • E(0,5 ; 2,5) • F(0 ; 0,5)

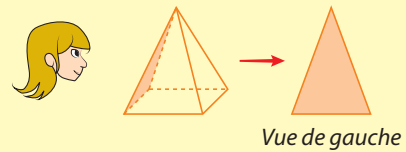


14 1. Dans le repère du plan ci-dessous, repérer les quatre points A, B, C et D.

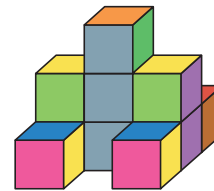
2. Tracer la suite de ce parcours : E(1 ; 3), F(5 ; 4), G(8 ; 1), H(6 ; 2) et A.



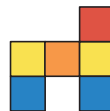
Dans l'espace, la vue d'un objet dépend de la position de l'observateur.



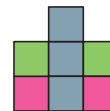
15 Dix cubes sont ainsi empilés. Chaque cube a toutes ses faces de couleurs différentes.



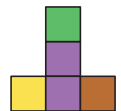
Compléter par un des mots suivants : face, derrière, droite, gauche, dessus, dessous.



vue de

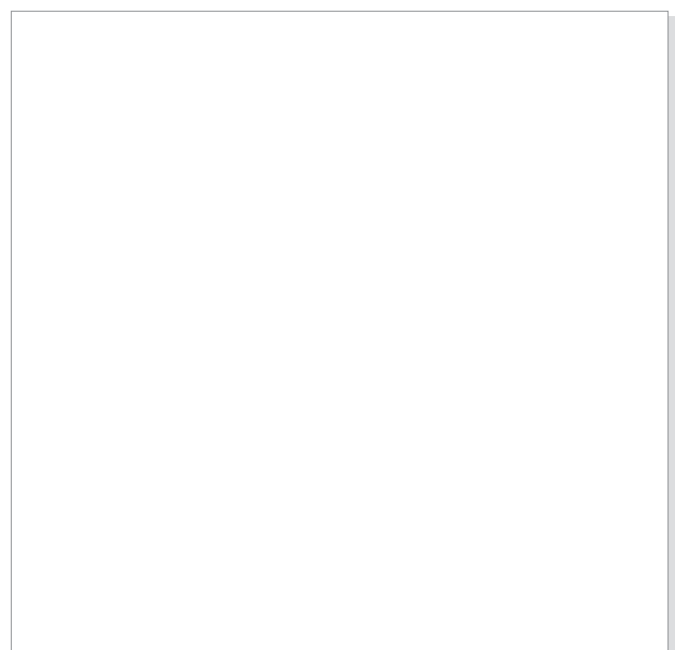
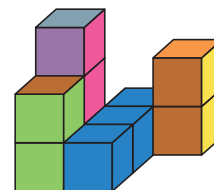


vue de



vue de

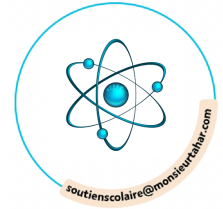
16 **MODE EXPERT** Représenter la vue de face, la vue de droite et la vue du dessus du solide ci-dessous.





4

Déterminer un volume



► Le **volume** d'un solide est la mesure de son espace intérieur.

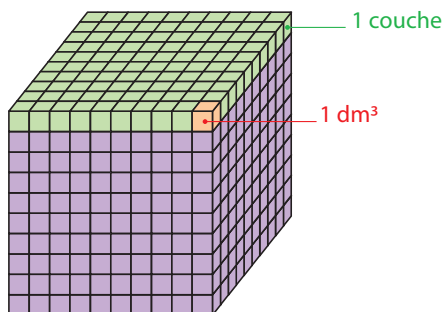
L'unité de volume de référence est le **mètre cube**, noté **m³**.

17 Compléter à l'aide de la représentation ci-dessous.

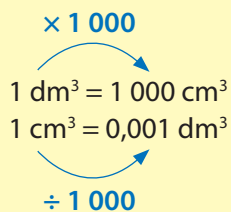
Dans un cube de 1 m³, il y a couches de cubes de 1 dm³ chacun.

Donc 1 m³ = dm³

et 1 dm³ = m³.



► Pour **convertir des unités** de volume, on effectue des multiplications ou des divisions par 1 000.



18 Compléter les égalités suivantes.

a. $25\text{ dm}^3 = 25 \times \dots \text{ cm}^3 = \dots \text{ cm}^3$

b. $1,6\text{ m}^3 = 1,6 \times \dots \text{ dm}^3 = \dots \text{ dm}^3$

c. $4\text{ dm}^3 = 4 \div \dots \text{ m}^3 = \dots \text{ m}^3$

d. $32,4\text{ cm}^3 = 32,4 \div \dots \text{ dm}^3 = \dots \text{ dm}^3$

19 Compléter les égalités suivantes.

a. $478\text{ dm}^3 = \dots \text{ m}^3$

b. $23,4\text{ cm}^3 = \dots \text{ dm}^3$

c. $1,5\text{ m}^3 = \dots \text{ cm}^3$

d. $4\,700\text{ cm}^3 = \dots \text{ m}^3$

► Le **litre**, noté **L**, est une unité de contenance.

$1\text{ L} = 1\text{ dm}^3$

$1\text{ L} = 10\text{ dL} = 100\text{ cL} = 1\,000\text{ mL}$

20 Compléter les égalités suivantes.

a. $87\text{ dm}^3 = \dots \text{ L} = \dots \text{ dL} = \dots \text{ cL}$

b. $9\text{ cm}^3 = \dots \text{ dm}^3 = \dots \text{ L} = \dots \text{ mL}$

c. $0,056\text{ dm}^3 = \dots \text{ L} = \dots \text{ cL}$

d. $500\text{ cm}^3 = \dots \text{ cL} = \dots \text{ L}$

21 Donner une unité adaptée pour exprimer le volume (ou la contenance) :

a. d'une salle à manger :

b. d'une boîte d'allumettes :

c. d'une grande bouteille d'eau :

d. d'une seringue :

► Le volume $\mathcal{V}$ d'un pavé droit est égal au produit de sa **longueur** par sa **largeur** et par sa **hauteur** :

$\mathcal{V} = L \times \ell \times h$

22 Calculer le volume $\mathcal{V}$ des solides suivants.

1. Un cube d'arête 10 cm.

.....

2. Un pavé droit de 5 cm de longueur, 4 cm de largeur et 2 cm de hauteur.

.....

3. Un pavé droit de 10 m de longueur, 4 m de largeur et 50 cm de hauteur.

.....

23 **MODE EXPERT**

Un pavé droit a un volume de 1 dm³.

Sa hauteur est de 20 cm et sa longueur est de 10 cm. Quelle est sa largeur ?

.....

.....

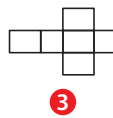
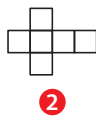
.....

.....

.....

24 Parcours ceinture jaune

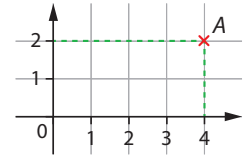
- $1 \text{ dm}^3 = \dots \text{ L} = \dots \text{ cm}^3$
- $1 \text{ m}^3 = \dots \text{ dm}^3$
- Une seule de ces figures représente le patron d'un cube. Laquelle ?



- Le volume d'un cube de 3 cm d'arête est $\dots \text{ cm}^3$.

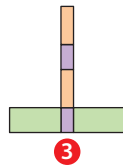
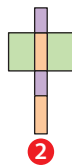
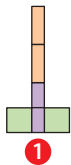
- Comment repère-t-on le point A ?

A(;)



25 Parcours ceinture verte

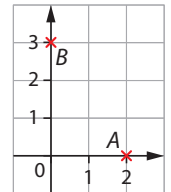
- $0,5 \text{ L} = \dots \text{ cm}^3$
- $50 \text{ m}^3 = \dots \text{ dm}^3$
- Une seule de ces figures représente le patron d'un pavé droit. Laquelle ?



- Quel est le volume d'un pavé droit de 5 m de haut, 2 m de large et 3 m de long ?

- Quels nombres permettent de repérer le point A ? Et le point B ?

A(;) et B(;)



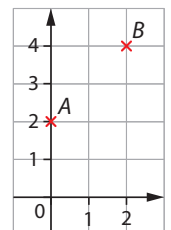
26 Parcours ceinture noire

- $1 \text{ m}^3 = \dots \text{ cm}^3$
- $5 \text{ cL} = \dots \text{ dm}^3$
- $1 \text{ cm}^3 = \dots \text{ mL}$
- La formule permettant de calculer le volume d'un pavé droit est $V = \dots$

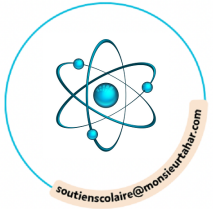
- Quelle est la longueur d'un pavé droit d'un litre qui mesure 50 cm de largeur et 10 cm de hauteur ?

- Compléter.

Le milieu M du segment [AB] est M(;).



Problèmes



27 La bougie

Calculer, Modéliser

Une bougie a la forme d'un parallélépipède rectangle. Elle est posée sur sa base carrée de 5 cm de côté. Elle mesure 15 cm de haut.

► Quel volume de cire a-t-il fallu pour fabriquer cette bougie ?

28 Le bac à sable

Calculer, Modéliser

Un bac à sable qui a la forme d'un rectangle de 3 m sur 2 m est uniformément rempli de sable sur une épaisseur de 40 cm.

► Calculer le volume de sable dans ce bac.

29 Les valises

Calculer, Raisonner

Martin hésite entre trois modèles de valise. Les dimensions sont en centimètres ($L \times l \times h$).

Modèle A : $55 \times 35 \times 22$

Modèle B : $50 \times 40 \times 28$

Modèle C : $60 \times 32 \times 21$

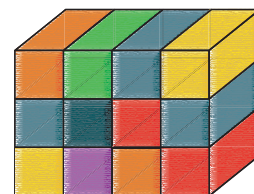
1. Quelle valise a le plus grand volume ?

2. Martin veut également pouvoir emporter sa valise en cabine quand il prend l'avion. La compagnie aérienne avec laquelle il voyage lui indique que la somme des trois dimensions de sa valise ne doit pas dépasser 115 cm. Quelle valise doit-il choisir ?

30 Empilement de containers

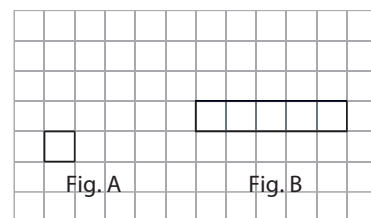
Représenter, Calculer

Des containers sont empilés sur un port comme indiqué ci-dessous. Chaque container mesure 1 295 cm de long, 259 cm de large et 259 cm de haut.



Devant

1. Compléter et colorier les figures A et B ci-dessous pour qu'elles représentent respectivement la vue de face et la vue de gauche de cet empilement.



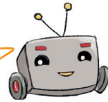
2. Quel est le volume total de cet empilement en m^3 ? Arrondir à l'unité.

31 Parcours du robot

Représenter

Un robot se déplace et représente son trajet en suivant le script donné ci-dessous.

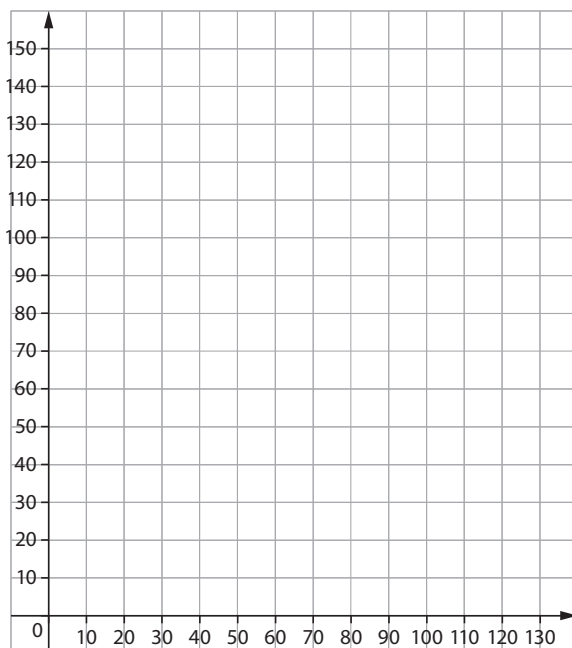
S'orienter en direction de -90 signifie que le robot s'oriente horizontalement vers la gauche.



```

quand [drapeau] est cliqué
  aller à x: 130 y: 20
  dire Je suis prêt pour le départ
  effacer tout
  stylo en position d'écriture
  s'orienter en direction de -90
  avancer de 130 pas
  dire J'arrive au point B
  tourner de 90 degrés
  avancer de 50 pas
  dire J'arrive au point C
  aller à x: 80 y: 150
  aller à x: 130 y: 20
  
```

1. Représenter le parcours du robot dans le repère suivant.



2. Par quels nombres sont repérés les points B et C ?

32 Boîtes en carton

Modéliser, Raisonner, Calculer

Un fabricant d'emballages en carton fabrique des boîtes en forme de pavé droit de 30 cm de long, 20 cm de large et 10 cm de haut. Il veut augmenter au maximum le volume de son modèle de boîtes en ajoutant 5 cm uniquement sur une des trois dimensions.

► Quelle dimension faut-il agrandir et quel sera le nouveau volume ?

33 L'aquarium

Modéliser, Calculer, Raisonner

L'aquarium d'Amir a la forme d'un pavé droit de 60 cm de long, 22 cm de large et 33 cm de haut. Il est rempli au $\frac{21}{22}$ de sa hauteur.

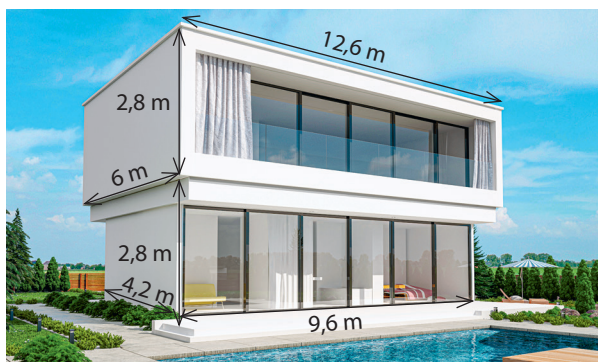
Amir souhaiterait acheter un éclairage cubique dont l'arête mesure 13 cm pour l'installer au fond de son aquarium.

► L'eau va-t-elle déborder ? Si oui, de quelle quantité ?

Tâche complexe

34 M. et Mme Ben vont emménager avec leurs deux enfants dans une nouvelle maison composée de deux blocs en forme de pavés droits. Ils doivent choisir un poêle à granules et un chauffe-eau adaptés à leur nouvelle maison.

Doc 1 La maison



Doc 2 Les poêles à granules

Le modèle doit être choisi en fonction du volume total à chauffer.

Modèle A : 110 m^3

Modèle B : 240 m^3

Modèle C : 340 m^3

Modèle D : 480 m^3

Doc 3 Les chauffe-eau

Le modèle doit être choisi en fonction de la consommation d'eau chaude par jour, sachant qu'une personne consomme environ 35 litres d'eau chaude par jour.

Type 1 : 100 dm^3

Type 2 : 150 dm^3

Type 3 : 250 dm^3

Type 4 : 400 dm^3

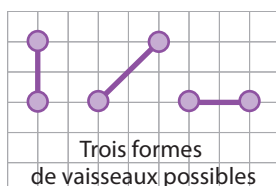
► Pour chaque appareil, quel modèle vont-ils choisir ?



Le jeu

La bataille spatiale

Le jeu se joue à deux. Un joueur appelé « le commandant de bord » place secrètement quatre vaisseaux dans un repère du plan. Son adversaire, « le tireur », désigne successivement des points à l'aide des deux nombres qui les repèrent. Lorsqu'un point cité appartient à un vaisseau spatial alors le commandant dit « impact ». Lorsque les deux points du vaisseau sont touchés, le commandant dit « crash ». L'objectif est de détruire tous les vaisseaux en un nombre de coups le plus petit possible. Lorsque la partie est terminée, échanger les rôles.

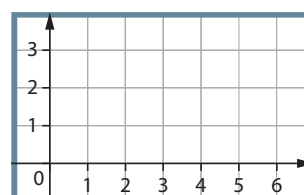


Le défi

Les chats et la souris

Trois chats C_1 , C_2 et C_3 sont dans une pièce aux positions $C_1(2 ; 1)$, $C_2(3 ; 3)$ et $C_3(5 ; 2)$. Chaque chat peut voir autour de lui à une distance inférieure ou égale à la diagonale d'un carreau. Une souris S s'est installée à l'intérieur de la pièce de manière à n'être visible par aucun chat, et être dans un lieu repéré par des nombres entiers tous deux différents de zéro.

Où est la souris ?



Problèmes transversaux

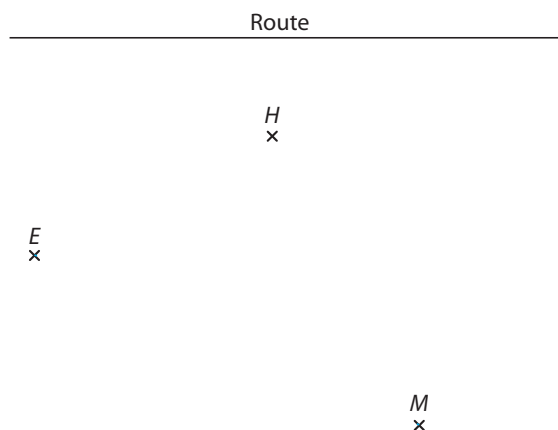


1 La cascade

Représenter

En visite dans un parc, Sandra cherche une cascade. Elle sait que cette cascade se trouve exactement à 600 m de l'hôtel, à 800 m de la route rectiligne, et qu'elle est plus près de l'entrée du parc que de la maison de la nature.

Sur le schéma ci-dessous, réalisé à l'échelle $\frac{1}{20\,000}$ placer le point C représentant la cascade, sachant que le point H représente l'hôtel, le point E l'entrée du parc et le point M la maison de la nature..



b. Quelle est, en mètres, la hauteur de 1 000 paquets empilés ?

c. Combien faudrait-il de feuilles pour arriver au sommet d'un immeuble de 30 m de haut ?

2. Une feuille au format A4 mesure 210 mm de large et 297 mm de long. Pour faire un grand affichage rectangulaire, Anaïs colle, bord à bord, 7 rangées de 9 feuilles au format A4.

Quel est l'arrondi au m^2 de l'aire de cet affichage ?

3 Coffrets et sacs

Calculer

Un commerçant achète pour les revendre des coffrets ou des petits sacs. S'il n'achète que des coffrets, son budget lui permet d'en acheter au maximum à 2,50 € pièce. Avec la même somme d'argent, il pourrait n'acheter que des petits sacs à 2 € pièce et il ne lui resterait rien.

1. De quelle somme d'argent dispose-t-il ?

2 Feuilles de papier

Calculer

1. L'épaisseur d'une feuille de papier est de 0,005 cm.
a. Quelle est l'épaisseur d'un paquet de 500 feuilles ?

2. Il décide d'acheter 24 coffrets et le plus grand nombre possible de petits sacs. Combien de petits sacs va-t-il acheter ?

3. Finalement, son fournisseur lui fait une réduction de 10 % sur chaque petit sac acheté. Combien va-t-il payer ?

4 Des loisirs

Chercher, Calculer

Cinq amis, Amir, Sam, Tom, Noa et Léo pratiquent chacun un seul loisir parmi la danse, le football, la musique, la natation et le basket. Ils pratiquent tous un loisir différent. Amir est le frère du danseur et le cousin du musicien. Noa habite tout près du footballeur et du nageur. Léo rend souvent visite au danseur et les deux jouent souvent au jeu vidéo contre Noa et le musicien. Tom est le seul à ne pas habiter la même ville que ses amis. Sam n'aime pas la musique. Amir et le footballeur ne sont pas souvent d'accord.

1. Compléter par Oui ou par Non le tableau suivant pour déterminer le loisir pratiqué par chacun des cinq amis.

	Danse	Football	Musique	Natation	Basket
Amir					
Sam					
Tom					
Noa					
Léo					

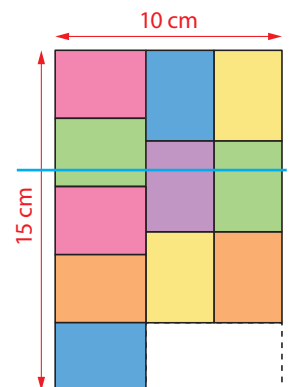
2. Amir a pratiqué son loisir préféré hier entre 16 h 55 et 18 h 20. Combien de temps cela a-t-il duré ? Exprimer le résultat en heures et minutes.

3. Hier, Amir s'est échauffé pendant $\frac{2}{5}$ de son temps de loisir. Combien de minutes cela représente-t-il ?

5 Des rectangles

Calculer, Reasonner

Pour réaliser son collage, Mia a assemblé 11 rectangles identiques comme indiqué ci-contre.



1. Quelles sont les dimensions de chaque rectangle ? Quels sont l'aire et le périmètre de chacun ?

2. Mia pense que si elle retire le rectangle en bas à gauche, les dix rectangles restants vont former une figure ayant un axe de symétrie (si l'on ne tient pas compte des couleurs).

A-t-elle raison ? Si oui, tracer cet axe sur la figure.

6 Des cubes

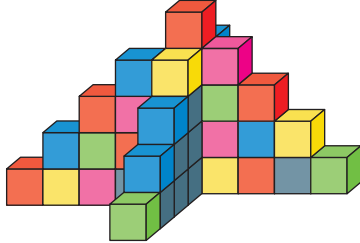
Représenter, Calculer

On a représenté ci-dessous des empilements en « escaliers symétriques » de cubes de 2 cm d'arête.

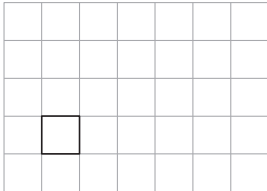
Empilement sur trois niveaux



Empilement sur cinq niveaux



1. Compléter la vue de face de l'empilement sur trois niveaux commencé ci-dessous.



2. a. Combien y a-t-il de cubes dans l'empilement sur deux niveaux ? Et sur trois niveaux ?

b. On étudie ce type d'empilements de cubes à l'aide d'un tableur. Inscrire le nombre qui convient dans chaque case effacée ci-dessous.

	A	B	C
	Nombre de niveaux	Nombre de cubes dans la base de l'empilement	Nombre total de cubes dans l'empilement
1			
2	1	1	1
3	2		
4	3		
5	4		
6	5	17	45
7	6	21	66
8	7	25	91
9	8	29	120
10	9	33	153
11	10	37	190

3. Combien faut-il de niveaux d'empilement pour obtenir un volume d'au moins 1 L ?

7 Robot

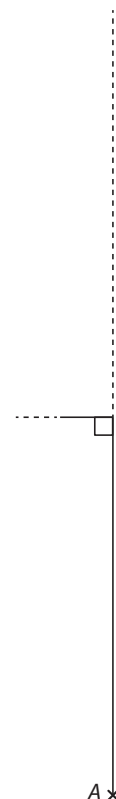
Calculer, Représenter

Un robot est programmé pour suivre la trajectoire décrite ci-dessous. Certaines longueurs sont effacées mais on sait qu'après chaque virage, la ligne droite à suivre doit avoir une longueur égale à 80 % de la précédente.



1. Compléter les distances manquantes dans le programme ci-dessus.

2. Le robot part du point A. Compléter le schéma ci-dessous représentant le trajet effectué par le robot, sachant qu'un centimètre représente 10 pas.



8 La piste d'atterrissage

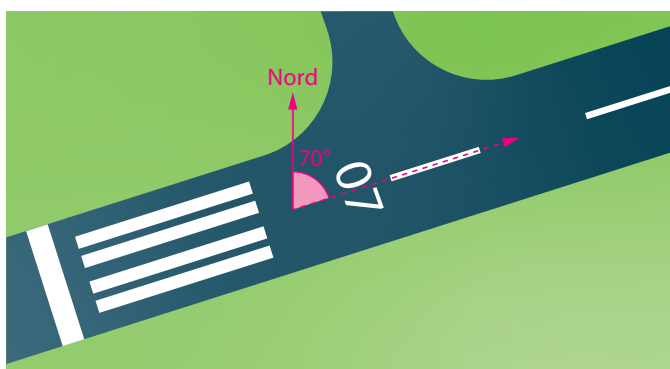
Calculer, Raisonner, Chercher

Des codes sont établis dans l'aéronautique pour permettre aux pilotes d'avions de voir rapidement certaines caractéristiques des pistes d'atterrissage comme la largeur et l'orientation.

- La largeur d'une piste est indiquée par le nombre de bandes représentées sur la piste.

Nombre de bandes	Largeur en mètres
4	18
6	23
8	30
12	45
16	60

- L'orientation d'une piste est donnée par un nombre qui figure au seuil de la piste, dans le sens de l'atterrissage, et que l'on multiplie par 10. Par exemple, la piste 07 signifie que l'angle formé par la direction du nord et la piste est de $07 \times 10 = 70^\circ$ en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre.



1. a. Quelle est la largeur de la piste ci-dessus ?

.....

.....

- b. La largeur d'une piste est-elle proportionnelle aux nombres de bandes ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. On peut voir ci-dessous un pilote atterrir à l'aéroport de Saint-Barthélemy-Rémy-de-Haenen, dans les petites Antilles.



- a. Dans quelle direction le pilote doit-il orienter son avion ?

.....

.....

.....

.....

.....

- b. Sur le schéma ci-dessous, représenter la ligne centrale de cette piste passant par le point O.



- c. Un avion doit généralement atterrir face au vent. Pour identifier le sens d'atterrissage choisi par le pilote ou le contrôleur aérien, une piste comporte donc toujours deux nombres différents, un à chacune de ses extrémités. Quel nombre est inscrit à l'autre extrémité de cette piste ?

.....

.....

.....

.....

.....