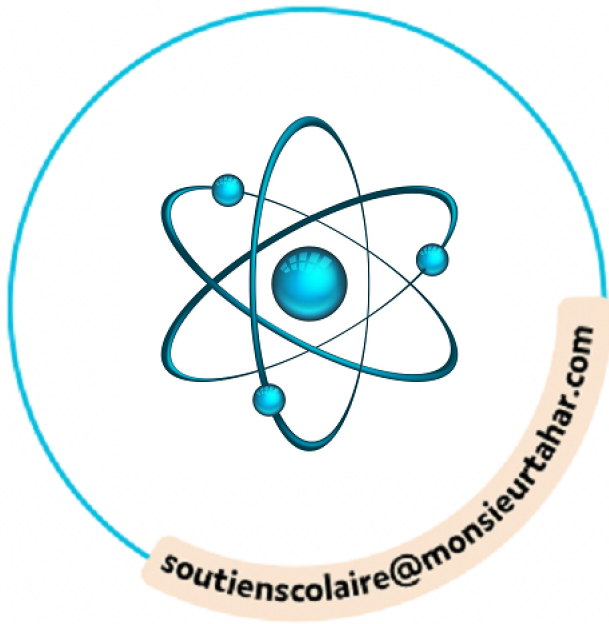
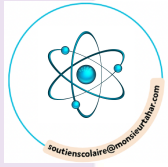


MATHS



CHAPITRE 12



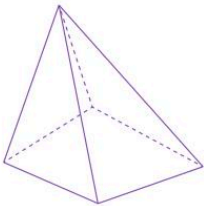
1

Reconnaitre des solides

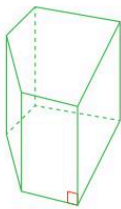
► Un **polyèdre** est un solide dont les faces sont des polygones.

► Les côtés de ces polygones sont appelés **arêtes**, leurs extrémités sont des points appelés **sommets**.

1 Donner le nombre et la nature des faces, ainsi que le nombre de sommets de la pyramide ci-dessous.



2 Préciser si le solide ci-dessous est un polyèdre. Si oui, le nommer et donner le nombre et la nature de ses faces ainsi que le nombre de ses sommets.



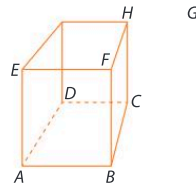
3 Préciser si le solide ci-contre est un polyèdre.



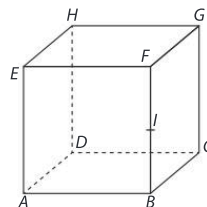
► La représentation d'un solide en **perspective cavalière** respecte les règles suivantes.

- Les faces avant et arrière sont représentées en vraie grandeur.
- Les arêtes parallèles et de même longueur sont représentées par des segments parallèles et de même longueur.
- Les arêtes cachées sont représentées en pointillés.
- Les arêtes obliques sont représentées par des segments moins longs qu'en réalité.

4 Rémi affirme avoir dessiné un cube $ABCDEFGH$ ci-dessous en perspective cavalière. Trouver au moins deux erreurs commises par Rémi.



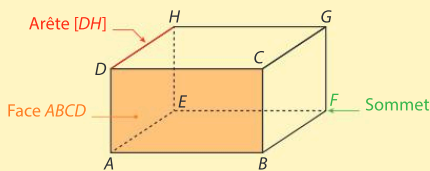
5 **MODE EXPERT** Une boîte électrique cubique est posée sur le sol sur sa face $ABCD$. I est un point de l'arête $[FB]$. Un fil électrique rectiligne passe par les points E et I puis pénètre dans le sol en un point S . Construire sur le schéma ci-dessous la position exacte du point S .



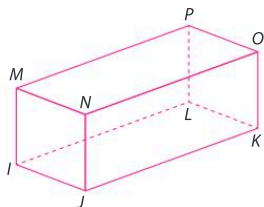
2

Représenter un parallépipède rectangle

► Un **parallépipède rectangle**, appelé aussi pavé droit, est un solide qui a 6 faces rectangulaires, 8 sommets et 12 arêtes.



6 On a représenté ci-dessous un parallépipède rectangle en perspective cavalière.



1. Donner la nature des figures suivantes.

MNJI : _____ LKO : _____

NJKO : _____ MNOP : _____

2. Nommer toutes les faces ayant le sommet L en commun.

3. Nommer toutes les faces ayant l'arête [L] en commun.

4. Nommer toutes les arêtes parallèles à l'arête [MP].

5. Nommer toutes les arêtes perpendiculaires à l'arête [PO].

7 Compléter les patrons de parallépipèdes rectangles suivants.

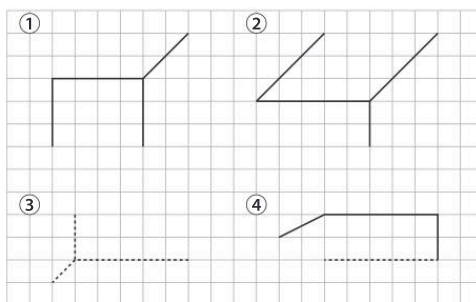
a.



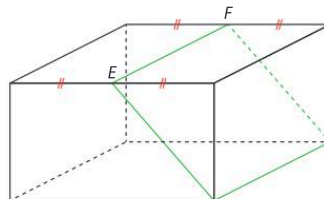
b.



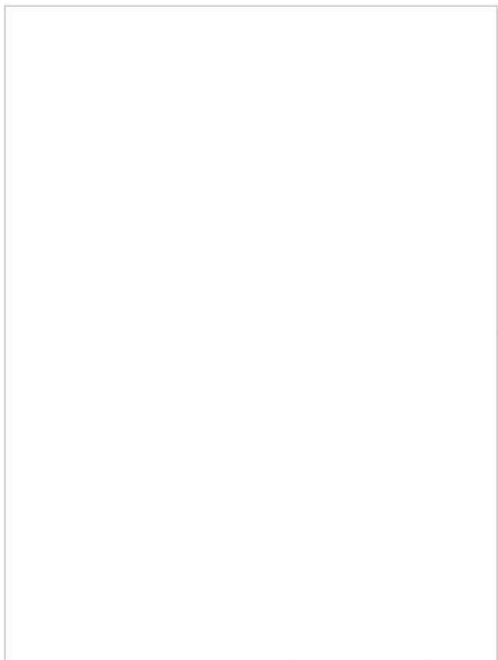
8 Compléter les représentations en perspective cavalière des parallépipèdes rectangles suivants.



9 **MODE EXPERT** On découpe le parallépipède suivant le long des segments verts.



Construire en perspective cavalière les deux solides obtenus.



3

Calculer le volume d'un parallépipède rectangle

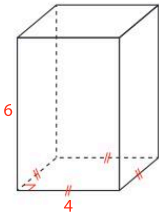
► Le volume \mathcal{V} d'un prisme droit est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$$

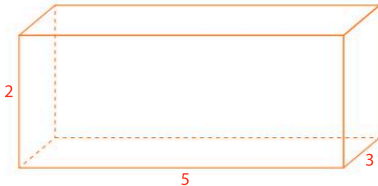
► Le volume \mathcal{V} d'un parallépipède rectangle de longueur L , de largeur ℓ et de hauteur h est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \text{aire de la base} \times \text{hauteur} = L \times \ell \times h$$

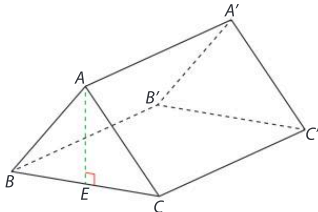
10 Calculer le volume du pavé droit ci-dessous dont la base est un carré. Les longueurs sont exprimées en cm.



11 Calculer le volume du parallépipède ci-dessous. Les longueurs sont exprimées en cm.

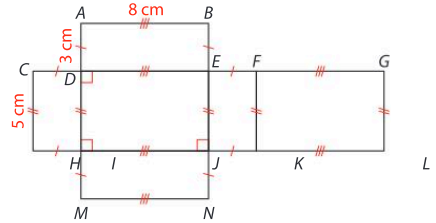


12 Calculer le volume du prisme droit ci-dessous.

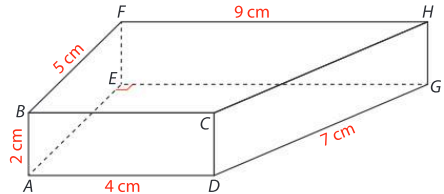


$BC = 3,5 \text{ cm}$; $AE = 3 \text{ cm}$; $CC' = 5 \text{ cm}$

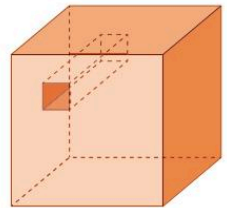
13 Calculer le volume du parallépipède suivant.



14 Calculer le volume du prisme droit ci-dessous dont la base est un trapèze rectangle en E. Les longueurs sont exprimées en cm.



15 **MODE EXPERT** Un cube en bois d'arête 1,5 m est percé de part en part par un trou parallépipédique formant un carré de 14 cm de côté sur les faces avant et arrière. Quel est le volume du solide en bois ainsi obtenu ?



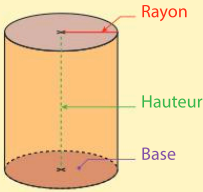
4

Représenter un cylindre de révolution

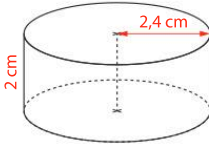
► Un **cylindre de révolution** est un solide obtenu en faisant tourner un rectangle autour de l'un de ses côtés.

► Les **bases** d'un cylindre sont deux disques de même rayon.

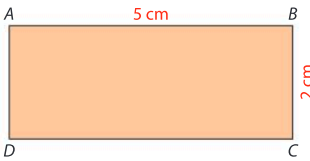
► La **hauteur** d'un cylindre est la longueur du segment qui a pour extrémités les centres des bases.



16 Quelle est la hauteur et le rayon de la base du cylindre ci-contre ?

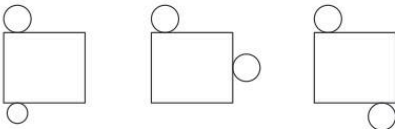


17 Qu'obtient-on si on fait tourner le rectangle ABCD autour de [AB] ? Entourer la ou les bonnes réponses.

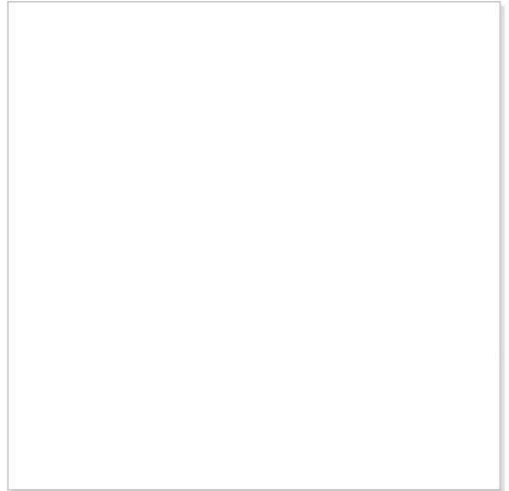
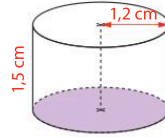


- un cylindre de révolution de 5 cm de diamètre et de 2 cm de hauteur.
- un cylindre de révolution de 2 cm de rayon et de 5 cm de hauteur.
- un cylindre de révolution de 4 cm de rayon et de 5 cm de hauteur.

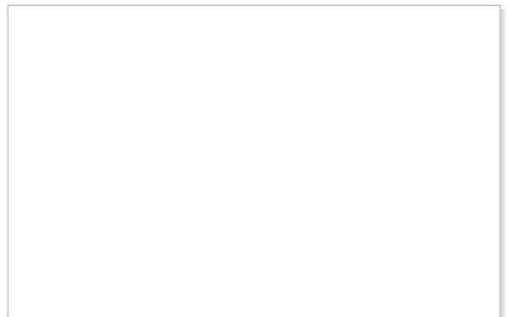
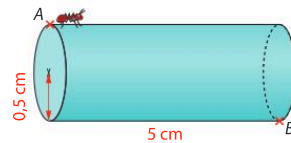
18 Parmi les figures suivantes, entourer celle ou celles qui représentent un patron de cylindre de révolution.



19 Construire un patron du cylindre de révolution ci-dessous.



20 **MODE EXPERT** Une fourmi part du point A sur le cylindre de révolution ci-dessous et se dirige vers le point B. Elle cherche le chemin le plus court entre les deux points. Déterminer la longueur de ce chemin en le mesurant sur un patron.



5

Calculer le volume d'un cylindre de révolution

► Le volume \mathcal{V} d'un cylindre de révolution de rayon r et de hauteur h est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$$

$$\mathcal{V} = \pi \times r \times r \times h = \pi \times r^2 \times h$$

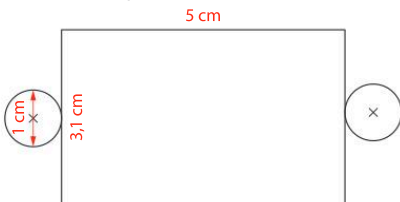
21 Calculer la valeur exacte, puis une valeur approchée au cm^3 du volume d'un cylindre de révolution dont le disque de base a pour rayon 3 cm et de hauteur 6 cm.

22 Calculer la valeur exacte, puis une valeur approchée au cm^3 du volume d'un cylindre de révolution dont le disque de base a pour diamètre 6 cm et de hauteur 8 cm.

23 Une tasse à café a la forme d'un cylindre de révolution de hauteur 4 cm et de base un disque de diamètre 3,5 cm. Quel est son volume ? Donner la valeur exacte puis une valeur approchée au cm^3 .

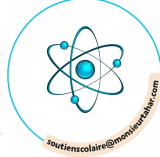
24 Un cylindre de révolution de rayon 10 cm a pour volume $800\pi \text{ cm}^3$. Quelle est sa hauteur ?

25 Calculer la valeur exacte, puis une valeur approchée au cm^3 du volume d'un cylindre de révolution dont le patron est dessiné ci-dessous.



26 On fait tourner un carré de 2,5 cm de côté autour de l'un de ses côtés.

Quel est le volume du cylindre de révolution ainsi obtenu ? Donner la valeur exacte puis une valeur approchée au cm^3 .

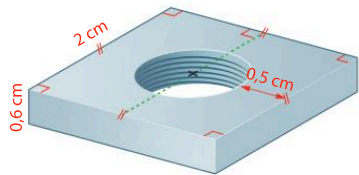


27 Un oléoduc qui transporte du pétrole a la forme d'un cylindre de révolution de diamètre 70 cm. Une portion de cet oléoduc passe en ligne droite dans un village sur une longueur de 240 m.

Quel est le volume de cette portion d'oléoduc ? Donner la valeur approchée au m^3 .

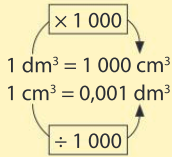


28 **MODE EXPERT** Un écrou a la forme ci-dessous. Le trou est centré dans l'écrou.



Calculer le volume de métal nécessaire pour fabriquer un écrou. Donner le résultat arrondi au centième de cm^3 .

► Pour **convertir des unités de volume**, on effectue des multiplications par 1 000 ou des divisions par 1 000.



29 Compléter les égalités suivantes.

- a. $45 \text{ dm}^3 = 45 \times \dots \text{ cm}^3 = \dots \text{ cm}^3$
 b. $3,2 \text{ m}^3 = 3,2 \times \dots \text{ dm}^3 = \dots \text{ dm}^3$
 c. $7 \text{ dm}^3 = 7 \div \dots \text{ m}^3 = \dots \text{ m}^3$
 d. $54,7 \text{ cm}^3 = 54,7 \div \dots \text{ dm}^3 = \dots \text{ dm}^3$

30 Compléter les égalités suivantes.

- a. $673 \text{ dm}^3 = \dots \text{ m}^3$
 b. $61,7 \text{ cm}^3 = \dots \text{ dm}^3$
 c. $3,8 \text{ m}^3 = \dots \text{ cm}^3$
 d. $1\,600 \text{ cm}^3 = \dots \text{ m}^3$
 e. $0,13 \text{ m}^3 = \dots \text{ dm}^3$
 f. $0,013\,8 \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3$

► Le **litre**, noté **L**, est une unité de contenance.

$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$

$1 \text{ L} = 10 \text{ dL} = 100 \text{ cL} = 1\,000 \text{ mL}$

31 Compléter les égalités suivantes.

- a. $1 \text{ m}^3 = \dots \text{ L} = \dots \text{ dL} = \dots \text{ cL}$
 b. $1 \text{ cm}^3 = \dots \text{ dm}^3 = \dots \text{ L} = \dots \text{ mL}$
 c. $0,043 \text{ dm}^3 = \dots \text{ L} = \dots \text{ cL}$
 d. $800 \text{ cm}^3 = \dots \text{ cL} = \dots \text{ L}$

32 Dans chacun des cas, donner une unité adaptée pour exprimer le volume (ou la contenance) :

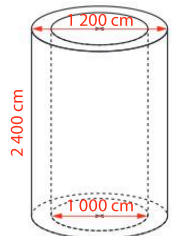
- a. d'une piscine de jardin : _____
 b. d'une boîte d'allumettes : _____
 c. d'une grande bouteille d'eau : _____
 d. d'une dose de médicament : _____

33 Une piscine olympique a la forme d'un parallélépipède rectangle de longueur 50 m, de largeur 25 m et de profondeur 3 m. Combien de litres d'eau sont nécessaires pour remplir une piscine olympique à ras bord ?

34 Une tasse à café peut être assimilée à un cylindre de diamètre 4 cm et de hauteur 5 cm. Quelle est la contenance d'une telle tasse à café, exprimée en cL ?

35 Le corps d'une seringue, sans l'aiguille, peut se modéliser par un cylindre de diamètre 8 mm et de hauteur 5 cm. Quel est, en mL, le volume d'une telle seringue ?

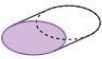
36 **MODE EXPERT** Un château d'eau a la forme d'un cylindre dont le centre a été creusé pour stocker l'eau. Le trou central est également cylindrique. Les dimensions du château d'eau sont données sur le schéma ci-contre.



1. Quel est le nombre maximal de litres d'eau que ce château d'eau peut contenir ? Arrondir à l'unité.


2. Quel volume de ciment en m^3 faut-il pour fabriquer le château d'eau ? Donner la valeur exacte.

37 Parcours ceinture jaune

1. Le solide suivant est-il un polyèdre ?
..... 
2. Un parallélépipède rectangle a-t-il autant de sommets que de faces ?
3. Quel est le volume du parallélépipède rectangle de longueur 3 cm, de largeur 4 cm et de hauteur 5 cm ?


4. Un cylindre de révolution peut-il avoir une hauteur égale à son diamètre ?
5. Quelle est la valeur exacte du volume d'un cylindre de révolution de rayon 1 cm et de hauteur 1 cm ?
6. $2 \text{ L} = \dots \text{ dm}^3$

38 Parcours ceinture verte

1. Le solide suivant est-il un polyèdre ?
..... 
2. Un parallélépipède rectangle a-t-il autant d'arêtes que de sommets ?
3. Quel est le volume du parallélépipède rectangle de longueur 0,01 cm, de largeur 5 cm et de hauteur 10 cm ?

4. Peut-on fabriquer un cylindre de révolution à partir d'un carré ?
5. Quelle est la valeur exacte du volume d'un cylindre de révolution de rayon 5 cm et de hauteur 5 cm ?
6. $2\,000 \text{ cm}^3 = \dots \text{ L}$

39 Parcours ceinture noire

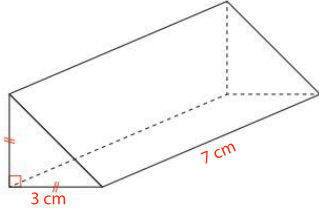
1. Le solide suivant est-il un polyèdre ?
..... 
2. Quel est le volume d'un parallélépipède rectangle de longueur x cm, de largeur 3 cm et de hauteur 4 cm ?

3. Le volume d'un cylindre de hauteur 3 cm est $300\pi \text{ cm}^3$. Quel est son rayon ?
4. $80 \text{ cL} = \dots \text{ cm}^3$
5. $4 \text{ cL} = \dots \text{ m}^3$

40 La barre de chocolat

Calculer

Un emballage de barre au chocolat a la forme d'un prisme droit dont la base est un triangle rectangle. Il est représenté ci-dessous en perspective cavalière.



▶ Calculer le volume de cet emballage en cm^3 .

41 Les boîtes

Calculer, Représenter, Modéliser

Samir et Rose doivent réaliser des boîtes en forme de prismes droits. La boîte de Samir doit avoir une base en forme de rectangle dont les côtés mesurent 2,5 cm et 3,2 cm et la hauteur 5 cm. La boîte de Rose doit avoir une base en forme de triangle équilatéral de 4,2 cm de côté et une hauteur de 5,5 cm.

1. Représenter à main levée et en perspective cavalière chaque boîte posée sur l'une de ses bases.

2. Samir dit : « La somme des longueurs de toutes les arêtes de ma boîte est plus grande que celle de ta boîte ». A-t-il raison ?

3. Rose mesure la hauteur de la base de son prisme et trouve 3,6 cm. Elle dit à Samir : « Le volume de mon prisme est plus grand que le tien ». A-t-elle raison ?

42 La pyramide de Khéops

Calculer, Représenter

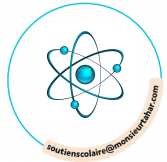
La pyramide de Khéops a une base carrée de 230 m de côté et avait une hauteur initiale de 146 m.



1. Un touriste fait le tour de la pyramide. Combien de faces peut-il observer ?

2. Combien de sommets, y compris ceux qui sont sur le sol, possède la pyramide de Khéops ?

3. Les arêtes qui joignent le sommet de la pyramide ont toutes une longueur d'environ 220 m. En prenant une échelle de 1 cm pour 100 m, dessiner le patron de la pyramide de Khéops.

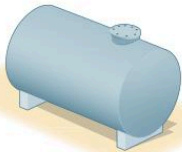


Problèmes

43 La cuve de fioul

Calculer, Raisonner

Madame Rossignol possède une cuve de fioul pour son chauffage en forme de cylindre de 1,4 m de diamètre et de 3,2 m de longueur.



Les trois quarts de la contenance de la cuve de Fioul de Mme Rossignol sont vides.

1. Combien reste-t-il de litres de fioul dans la cuve de Mme Rossignol ? Arrondir au litre.

2. Le vendeur de fioul lui propose le fioul à 70 centimes le litre. Combien Mme Rossignol doit-elle payer pour remplir sa cuve de fioul ?

44 Le thermos et le verre

Raisonner, Calculer

Un saladier en forme de pavé droit mesure 9 cm de large, 7 cm de long et 10 cm de haut. Le saladier est rempli de jus de fruits. On verse le contenu du saladier dans un thermos cylindrique de hauteur 12 cm et de diamètre 8 cm.



► Le thermos va-t-il déborder ? (On ne tiendra pas compte de l'épaisseur des parois.)

45 Le tuyau d'eau

Modéliser, Calculer

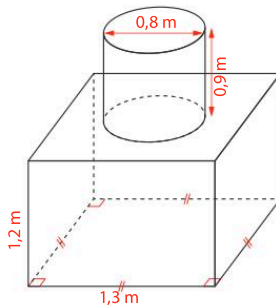
Joseph a un tuyau d'eau dans son jardin branché sur le robinet d'eau froide. Ce tuyau lui sert de douche extérieure. Le tuyau est assimilé à un cylindre de 18 mm de diamètre et de 15 m de longueur. En été, le tuyau reste au soleil et chauffe l'eau qui reste à l'intérieur.

► De combien de litres d'eau chaude contenus dans le tuyau Joseph dispose-t-il avant que l'eau froide n'arrive ? Arrondir au dixième de litre.

46 Le récupérateur d'eau de pluie

Calculer, Communiquer, Modéliser

Un récupérateur d'eau de pluie de jardin a la forme d'un parallélépipède rectangle sur lequel est fixé un cylindre.



L'eau rentre par le haut du cylindre.

► Quel est le volume d'eau, en litres, obtenu lorsque le récupérateur est plein ? Arrondir la réponse au litre.

47 La borne kilométrique

Calculer, Raisonner, Modéliser

Une borne kilométrique a la forme ci-contre.

1. Quels sont les deux solides qui constituent cette borne ? Donner leurs dimensions.



2. La borne est fabriquée en béton. Quel volume de béton est nécessaire ? Donner la valeur en cm^3 arrondie à l'unité.

3. Le service technique de l'entretien des routes doit convertir ce volume en litres pour effectuer la commande de béton. Quel est le volume en litres ?

48 Le jus de pêche

Calculer, Raisonner, Communiquer

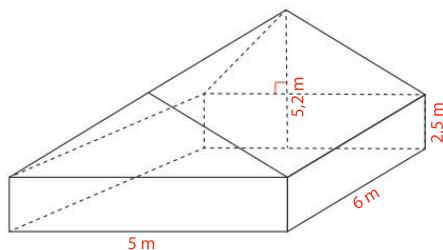
Régis a une bouteille pour y mettre du jus de pêche. La bouteille vide pèse 450 g. La bouteille pleine de jus de pêche pèse 1,6 kg.

- Sachant que 1 cm^3 de jus de pêche pèse 1,15 g, quel est le volume en litres de jus de pêche contenu dans la bouteille ?

49 La VMC

Calculer, Raisonner, Modéliser

Sami veut installer dans sa salle à manger un extracteur d'air, appelé VMC (ventilation mécanique contrôlée), pour renouveler régulièrement l'air de la pièce. Il dispose ci-dessous d'une représentation de la salle à manger constituée d'un parallélépipède rectangle et d'un prisme droit à base triangulaire.

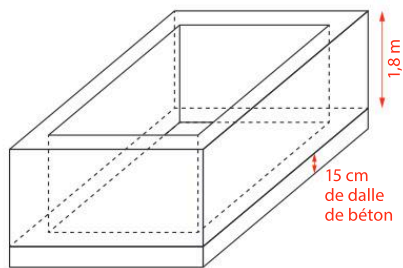


- Il achète un extracteur d'air qui évacue $1,4 \text{ m}^3$ par heure. En combien de temps l'air contenu dans la pièce aura-t-il été complètement renouvelé ? Donner le résultat en jours et en heures.

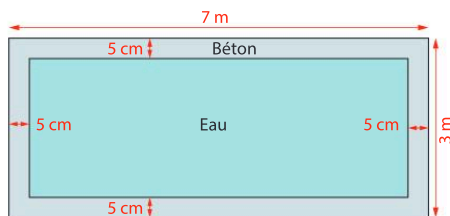
Tâche complexe

52 Fatoumata veut fabriquer sa piscine enterrée en forme de parallélépipède rectangle, avec des parois en béton qui reposent sur une dalle en béton de 15 cm d'épaisseur. Elle a réalisé le plan de la piscine et doit commander les sacs de ciment pour réaliser le béton avec une bétonnière à main.

Doc 1 Plans de la piscine



Vue en perspective



Vue de dessus

Doc 2 La bétonnière

Avec une bétonnière entièrement remplie, on produit $0,5 \text{ m}^3$ de béton et il faut 6 sacs de ciment.

Doc 3 Prix du ciment

Un sac de 35 kg de ciment pour béton coûte 9,20 €.

- Calculer le coût du ciment nécessaire à la fabrication du béton de la piscine.

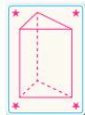
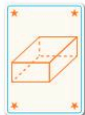


Le jeu

Le polyèdre

Le jeu se joue à deux. Le premier joueur choisit secrètement une carte et annonce le nombre de sommets du solide, le nombre de faces et si toutes les faces ont ou non un centre de symétrie.

Le deuxième joueur doit deviner le nom du solide. Les rôles sont ensuite inversés, le premier qui se trompe a perdu.



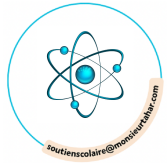
Le défi

La souris géomètre

Une souris à l'esprit très géométrique mange un morceau de gruyère en forme de cube de 5 cm d'arête. Elle creuse des galeries de part en part qui ont la forme de trous carrés de côté 1 cm. Les douze trous ainsi percés sont régulièrement espacés comme indiqué sur la figure.

Quel est le volume de gruyère restant ?





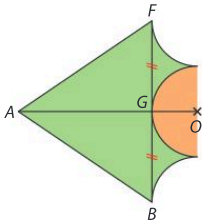
4 Le cerf-volant

Représenter, Calculer

Éloi veut fabriquer un cerf-volant.

L'armature du cerf-volant est constituée d'une tige $[AD]$ de longueur 1,6 m et de deux tiges $[BF]$ et $[CE]$ perpendiculaires à $[AD]$ de longueur 80 cm chacune. La toile du cerf-volant a la forme de deux triangles séparés par un rectangle $BCEF$ dans lequel deux demi-disques de diamètre $[FE]$ et $[BC]$ ont été découpés. Le disque de centre O est quant à lui teinté en orange sur la toile verte. Les diamètres des deux demi-disques et celui du disque de centre O sont égaux à 40 cm. Le cerf-volant est symétrique par rapport à O .

1. Compléter le plan du cerf-volant commencé ci-dessous.



2. Calculer l'aire du triangle ABF . Donner le résultat en m^2 .

3. Donner sans calcul l'aire du triangle CDE . Justifier.

4. Calculer l'aire totale de la toile du cerf-volant. On arrondira au dm^2 .

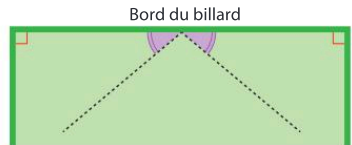
5. Éloi décide de fabriquer 20 cerfs-volants. Pour cela, il achète des grandes tiges $[AD]$ à 2,40 € pièce, des petites tiges $[BF]$ à 1,15 € pièce et de la toile à cerf-volant à 12 € le m^2 .

Écrire en une seule expression puis calculer le prix des 20 cerfs-volants.

5 Le billard

Raisonner, représenter

Lorsqu'on joue au billard, la boule décrit une trajectoire rectiligne et rebondit sur les bords du billard en faisant des angles égaux avec le bord du billard comme indiqué sur la figure ci-dessous.



1. Compléter la trajectoire de la boule le plus précisément possible sur le billard ci-dessous pour estimer si la boule rentre dans le trou. Déterminer la mesure exacte des angles de rebond.

