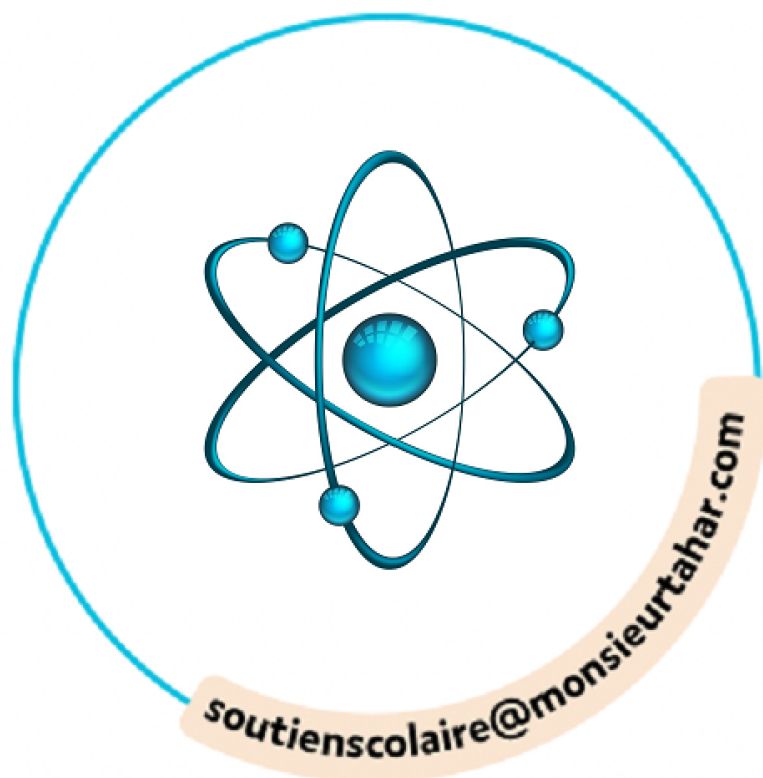
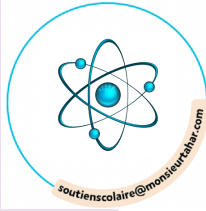


MATHS



Proportionnalité

CHAPITRE 4



1

Reconnaitre une situation de proportionnalité

Deux grandeurs sont **proportionnelles** si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre, appelé **coefficient de proportionnalité**.

1 Noémie veut préparer de la pâte à crêpes ; elle trouve plusieurs recettes qui donnent les indications suivantes.

Nombre de crêpes	10	15	20
Quantité de lait (en cL)	40	60	80

La quantité de lait est-elle proportionnelle au nombre de crêpes ?

2 Un primeur affiche les prix suivants pour ses pommes de terre.

Masse (en kg)	1	2	3	5
Prix (en €)	2,10	4,20	6,30	10,20

Le prix à payer est-il proportionnel à la masse de pommes de terre achetées ?

3 À 3 ans, la fille de Gaëlle pesait 12 kg.
À 5 ans, elle pèse 18 kg.
Sa masse est-elle proportionnelle à son âge ?

Âge (en années)		
Masse (en kg)		

4 Une voiture a parcouru 30 km en 20 minutes, 45 km en 30 minutes et 90 km en une heure. La distance parcourue est-elle proportionnelle au temps de parcours ?

Temps (en min)	20		
Distance (en km)	30		

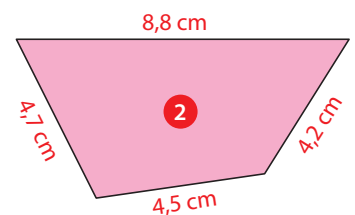
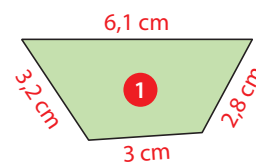
×

5 Chez le papetier, on peut lire l'affiche ci-dessous. Le prix à payer est-il proportionnel au nombre de ramettes achetées ?

Ramettes de papier

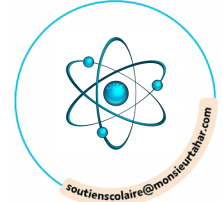
1 = 4,50 €
2 = 9,00 €
5 = 20,00 €

6 **MODE EXPERT** La figure 2 est-elle un agrandissement de la figure 1 ?





2 Calculer une quatrième proportionnelle



► Pour compléter un tableau de proportionnalité, on peut utiliser plusieurs méthodes.

- **Exemple 1** Pour obtenir les nombres d'une colonne, on peut ajouter les nombres de deux autres colonnes ; on peut aussi multiplier (ou diviser) les nombres d'une autre colonne par un même nombre.

4	+	12	16
5,1	+	15,3	20,4

Diagram showing operations: $4 \times 3 = 12$, $5,1 \times 3 = 15,3$, and $12 + 15,3 = 27,3$ (though the table shows 20,4, likely a typo for 27,3).

- 7 En randonnée, Coline marche toujours à la même vitesse. En 3 h, elle parcourt 12,6 km. Quelle distance parcourt-elle en 6 h ?

Temps de marche (en h)		
Distance parcourue (en km)		

Diagram showing a multiplier box with an arrow pointing to the empty cell in the first row, second column.

- 8 Tim pèse ses billes de verre, toutes identiques.

Nombre de billes	15	+	9	24	8
Masse (en g)	36	+	21,6		

Diagram showing operations: $15 \div 3 = 5$, $9 \div 3 = 3$, $36 \div 3 = 12$, and $21,6 \div 3 = 7,2$.

Calculer la masse de 24 billes et de 8 billes.

- **Exemple 2** On peut passer par l'unité.

8	÷ 8	1	× 3	3
4,4	÷ 8	0,55	× 3	1,65

- 9 Compléter le tableau de proportionnalité suivant.

Volume de peinture (en L)	5	1	7
Surface peinte (en m ²)	32		

Diagram showing arrows indicating the relationships between the columns.

- 10 Martin a acheté trois pizzas pour 25,50 €. Combien paiera-t-il s'il achète cinq pizzas ?

- **Exemple 3** On peut utiliser le coefficient de proportionnalité

10	7
6	4,2

Diagram showing a multiplier box with the value 0,6 and an arrow pointing to the empty cell in the first row, second column.

- 11 Sur autoroute, Caro roule à 120 km/h. Quelle distance parcourt-elle en 2 h ? En 3,5 h ?

Temps (en h)			
Distance parcourue (en km)			

Diagram showing a multiplier box with an arrow pointing to the empty cell in the first row, second column.

- 12 Pour faire cinq trajets en voiture entre son domicile et son travail, Alexis consomme 38 L d'essence. Combien consomme-t-il pour faire trois trajets ?

Nombre de trajets		
Consommation d'essence (en L)		

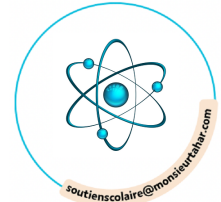
Diagram showing a multiplier box with an arrow pointing to the empty cell in the first row, second column.

- 13 **MODE EXPERT** Dans quel pot la confiture est-elle la moins chère ?

Pot 1 : 125 g 1,20 €	Pot 2 : 250 g 2,30 €	Pot 3 : 335 g 3,10 €



3 Utiliser une échelle



► Dans une **représentation à l'échelle**, les longueurs représentées sont proportionnelles aux longueurs réelles ; l'échelle est le coefficient de proportionnalité.

► Si l'échelle est inférieure à 1, il s'agit d'une **réduction** ; si elle est supérieure à 1, c'est un **agrandissement**.

14 Louise a une maquette d'un voilier à l'échelle $\frac{1}{20}$.

1. L'échelle est inférieure à 1 ; sa maquette est donc une du voilier réel.

1 cm sur sa maquette correspond à cm sur le voilier en taille réelle.

2. Sa maquette mesure 42 cm de long et 9,5 cm de large.

Quelles sont les dimensions réelles du voilier ?

Distances maquette (en cm)			
Distances réelles (en cm)			

×

15 On veut représenter sur une feuille une cellule humaine de diamètre 0,01 mm à l'échelle 8 000.

1. Cette représentation est-elle une réduction ou un agrandissement de la cellule réelle ? Justifier.

2. Quelle sera le diamètre de la cellule sur la feuille ?

► L'échelle est égale au quotient $\frac{\text{longueur représentée}}{\text{longueur réelle}}$, où les longueurs sont exprimées dans la même unité.

16 Axel a une maquette du One World Trade Center, la plus haute tour de New York. Sa maquette mesure 5,41 cm, et la tour mesure 541 mètres en réalité. Quelle est l'échelle de sa maquette ?

$$\frac{\text{longueur représentée}}{\text{longueur réelle}} = \frac{\text{cm}}{\text{m}}$$
$$= \frac{\text{cm}}{\text{cm}} = \dots = \dots$$

17 En cours de SVT, Maël a représenté une fourmi. Sa longueur réelle est de 6 mm ; celle dessinée sur son cahier de 12 cm.

Quelle est l'échelle de son agrandissement ?

18 **MODE EXPERT** On mesure des distances sur une carte routière :

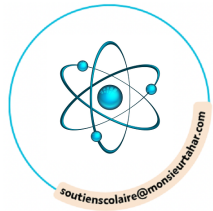
- Bayonne-Paris : 38,5 cm ;
- Lille-Toulouse : 44,7 cm.

On sait que la distance réelle entre Bayonne et Paris est de 770 km.

Calculer l'échelle de cette carte routière et la distance réelle Lille-Toulouse (en km).



Appliquer un taux de pourcentage



► Un **pourcentage** est une proportion par rapport à 100. Il traduit une situation de proportionnalité.

- « 20 pour cent » se note 20 % et signifie $\frac{20}{100}$.

19 Dans un gâteau, il y a 9 % de sucre. Compléter.

- la proportion de sucre dans le gâteau est égale à $\frac{\quad}{100}$;
- 100 g de gâteau contiennent $\quad$ g de sucre ;
- la masse de $\quad$ et la masse de $\quad$ sont proportionnelles, donc 200 g de gâteau contiennent $\quad$ g de sucre.

20 Relier les expressions qui signifient la même chose.

- | | |
|---------|--------------------|
| 50 % ● | ● Le dixième |
| 10 % ● | ● La totalité |
| 75 % ● | ● La moitié |
| 25 % ● | ● Les trois quarts |
| 100 % ● | ● Le double |
| 200 % ● | ● Le quart |

21 Lors des élections des délégués de classe, Thomas a été élu avec 72 % des voix. Sachant qu'il y a eu 25 votants, calculer le nombre d'élèves qui a voté pour Thomas.

Nombre de voix pour Thomas		
Nombre de votants	100	25

► Pour **calculer t % d'une quantité**, on multiplie cette quantité par $\frac{t}{100}$.

22 L'eau représente en moyenne 60 % de la masse du corps humain. Combien d'eau contient un enfant de 38 kg ?

$$38 \times \frac{\quad}{100} = 38 \times 0,6 = \quad$$

23 Combien de grammes de matière grasse contient ce pot de fromage blanc ?



24 Au 1^{er} janvier 2015, la population de l'Union européenne (UE) était estimée à environ 508 millions d'habitants. La population de l'Allemagne représentait environ 16 % de la population de l'UE. Quelle était la population de l'Allemagne ?

25 Tim a une collection de 80 billes. 60 % sont bleues et les autres sont rouges.

1. Calculer le nombre de billes bleues.

2. Calculer le nombre de billes rouges.

26 **MODE EXPERT** Un pull en laine est vendu 49 €. Au début de la période des soldes, il bénéficie d'une remise de 15 % puis à la fin des soldes, le vendeur applique une remise supplémentaire de 10 %. Quel est son prix après ces deux remises successives ?

34 **MODE EXPERT** Le 17 novembre 2016 à 20 h 20, Thomas Pesquet a décollé à bord d'un vaisseau spatial Soyouz. Il est resté 196 jours 17 h 50 min dans l'espace. Quel jour et à quelle heure est-il rentré ?

35 Parcours ceinture jaune

1. Le tableau suivant traduit-il une situation de proportionnalité ?

8	4	20
9	4,5	22,5

2. 1 kg de pommes coute 3,50 € ; combien content 4 kg ?

3. L'échelle $\frac{1}{150}$ correspond-elle à une situation de réduction ?
4. Une voiture roule à 60 km/h. Quelle distance parcourt-elle en 4 h ?
5. Calculer 50 % de 80.
6. Calculer 10 % de 130.
7. Exprimer 2 min 15 s en secondes.

36 Parcours ceinture verte

1. Le tableau suivant traduit-il une situation de proportionnalité ?

7	14	21	42
5,1	10,2	15,3	30,6

2. 6 gâteaux coutent 6,60 €. Combien coutent 7 gâteaux ?

3. Un plan est à l'échelle $\frac{1}{150}$. Cela signifie-t-il que 1 cm en réalité correspond à 150 cm sur le plan ?
4. Une voiture roule à 60 km/h. Quelle distance parcourt-elle en 2 h 30 min ?
5. Calculer 20 % de 70.
6. $\frac{40}{100} \times 80 =$
7. Exprimer 7 h 58 min en minutes.

37 Parcours ceinture noire

1. Le tableau suivant traduit-il une situation de proportionnalité ?

4	6	10	20
7,2	10,8	18	36

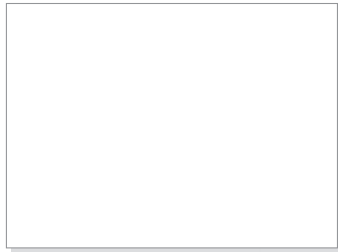
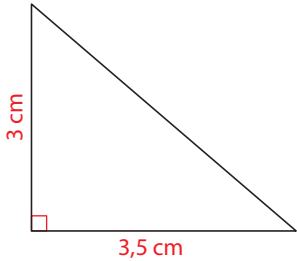
2. 8 pièces de 1 € pèsent 60 g. Combien pèsent douze pièces ?

3. Si une échelle est inférieure à 1, cela correspond-il à une situation d'agrandissement ?
4. Une voiture roule à 60 km/h. Quelle distance parcourt-elle en 2 h 15 min ?
5. Calculer 20 % de 380.
6. $\frac{30}{100} \times 42 =$
7. Exprimer 12 h 21 min en minutes.

38 Triangle

Calculer, Représenter

Construire une réduction de ce triangle rectangle à l'échelle 0,8.



39 Pâte à canelés

Calculer

Temps de préparation : 20 min
Temps de repos : 1 h 30 min
Cuisson : 7 min à 300°C puis 55 min à 180°C
Laisser refroidir 5 min avant de démouler.

► Carla voudrait servir ses canelés à 16 h ; à quelle heure doit-elle commencer à préparer sa pâte ?

40 Partage

Calculer

Julie, Vanessa et Marie achètent ensemble un lot de 15 cahiers au prix de 10,65 €. Julie en prend 4, Vanessa 6 et Marie 5.

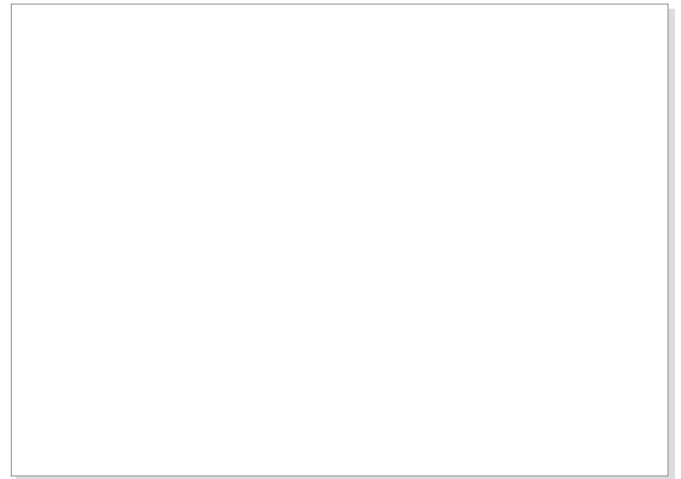
► À quel montant en euros s'élève la part de chacune ?

41 L'île de la Réunion

Miguel a une carte sur laquelle l'île de la Réunion mesure environ 27 cm de haut et 32 cm de large.

Sa carte est à l'échelle $\frac{1}{200\,000}$.

► Quelles sont les dimensions approximatives de l'île de la Réunion ?

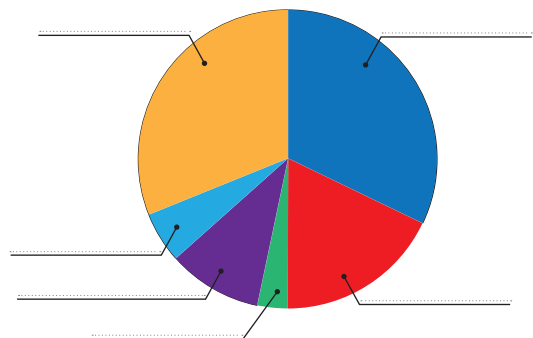


42 Continents

Chercher, Représenter

Le diagramme ci-dessous représente les superficies des continents.

1. Compléter le diagramme circulaire en associant chaque continent à un secteur angulaire.



Afrique : 21 % ; Amérique : 28 % ; Antarctique : 9 % ;
Asie : 30 % ; Europe : 7 % ; Océanie : 5 %

2. Sachant que la superficie totale des continents est 148 647 000 km², calculer la superficie de l'Europe.

43 Crêperie

Calculer

Compléter ce ticket de caisse.

Crêperie Au beurre salé	
Crêpe complète	9,50 €
Crêpe saumon	11,80 €
Crêpe beurre salé	3,70 €
Crêpe chocolat	3,45 €
Sous total :	
+ TVA 20 % :	
Total	

44 Tonnerre

Calculer, Raisonner, Représenter



Dans l'air, le son (celui du tonnerre par exemple) se déplace à une vitesse d'environ 340 mètres par seconde.

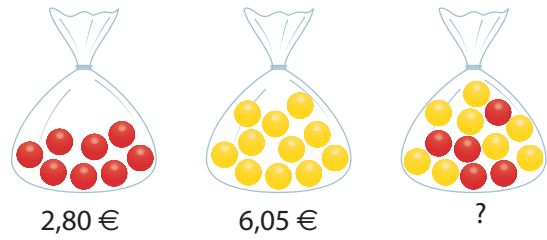
1. Pendant un orage, Étienne regarde le ciel et voit un éclair. Il entend le coup de tonnerre 11 secondes plus tard.

À quelle distance d'Étienne s'est produit l'éclair ?

2. La foudre tombe à 5,1 km de la maison d'Étienne. Combien de temps environ après avoir vu l'éclair, va-t-il entendre le coup de tonnerre ?

45 Bonbons

Raisonner, Calculer



Quel est le prix du 3^e sachet ?

46 Crêpes

Raisonner

Pour faire 15 crêpes, la recette de Martin utilise 250 g de farine, 50 cL de lait et 3 œufs. Dans sa cuisine, il trouve un litre de lait, une boîte de 6 œufs et 150 g de farine.

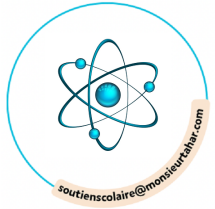
Combien de crêpes peut-il faire ?

47 Satellite

Calculer

En 24 h, un satellite a effectué 9 tours de la Terre toujours à la même vitesse.

En combien de temps effectue-t-il 21 tours ?



48 Imprimante

Chercher, Calculer

Lucie doit imprimer 30 pages en noir et 24 pages en couleur avec son imprimante HK135.

Marco doit imprimer 21 pages en noir et 18 pages en couleur avec son imprimante GW203.

Imprimantes	GW203	HK135
Nombre de pages par minute		
– Noir	7	12
– Couleur	5	8

► Quelle impression sera la plus longue : celle de Marco ou celle de Lucie ?

49 Tablette de chocolat

Raisonner, Calculer

Donner la quantité en milligrammes de sucre pour un carré de chocolat de cinq grammes.



50 Devoir maison

Calculer, Raisonner

80 % des 25 élèves de la classe ont rendu leur devoir à la maison le jour demandé.

85 % de ceux qui ont rendu le devoir à temps ont eu la moyenne.

► Parmi les élèves qui ont remis leur devoir à temps, combien ont obtenu la moyenne ?

51 Tour Eiffel

Roméo veut représenter la Tour Eiffel d'une hauteur de 324 m à l'échelle $\frac{1}{1\,200}$.

► Pourra-t-il la représenter sur une feuille A4 (210 mm × 297 mm) ? Si oui, dans quel format (horizontal ou vertical) ?

Tâche complexe

52

Léo, Mila, Téa et leurs parents sont en vacances sur l'île de Ré. Ils décident de louer des vélos, tous du même type, pour aller se balader sur le chemin de la forêt. Ils prévoient de faire l'aller-retour et de s'arrêter 30 minutes au phare des Baleines. Ils se demandent quels vélos louer et quelle formule de location choisir pour que leur dépense soit la moins élevée.

Doc 1 Le chemin de la forêt



Échelle : $\frac{1}{100\,000}$

Doc 2 Location de vélos

	Rapido 2 h max*	Tranquilo 2 h à 4 h max*	Zen 1 journée
VTC	3,50 € l'heure	2 € l'heure	11 € la journée
VAE	6,50 € l'heure	2,50 € l'heure	25 € la journée

*toute heure commencée est due entièrement

Doc 3 Vitesse moyenne

Le rythme de la promenade en famille est d'environ 14 km/h avec un VTC (vélo tout chemin) et de 20 km/h avec un VAE (vélo à assistance électrique).

► Quelle formule et quel type de vélos leur conseiller ?



Le jeu

Le maître du temps

Un élève propose à un groupe de camarades un temps et une durée.

À tour de rôle, chaque élève ajoute la durée au temps annoncé par le camarade précédent. Dès qu'un élève se trompe, il est éliminé et le précédent donne un nouveau temps de départ et une nouvelle durée. Ainsi de suite... jusqu'à ce qu'il ne reste plus que le gagnant, qui est élu Maître du temps !

Le défi

Ça casse pas des briques !

Dix karatékas cassent dix briques en dix secondes.

Combien de briques cassent 100 karatékas en 100 secondes ?

