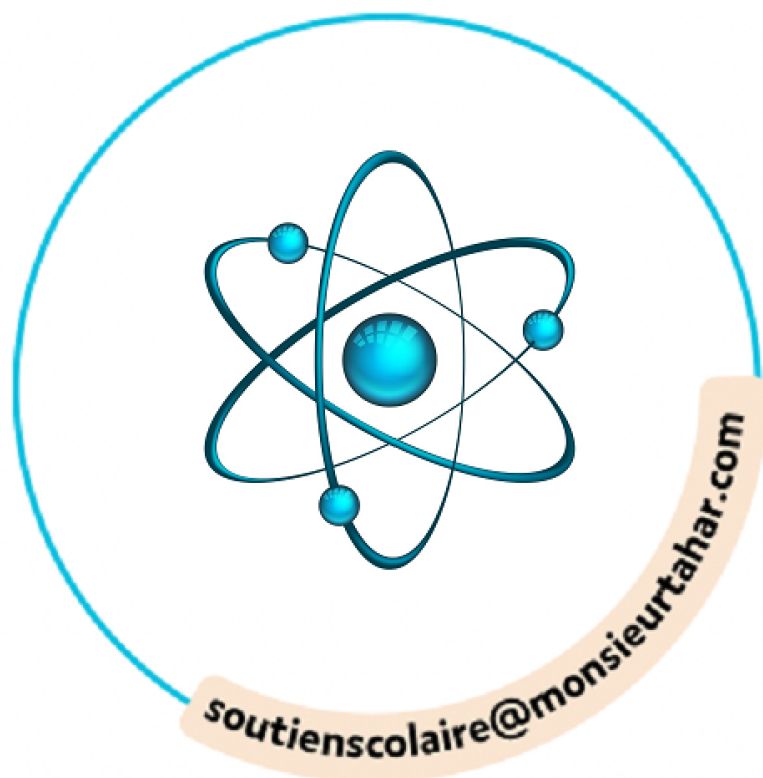


MATHS

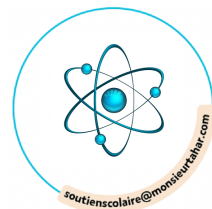


Fractions

CHAPITRE 5

1

Connaitre la notion de fraction quotient



► Le **quotient** de a par b (avec $b \neq 0$) est le nombre qui, multiplié par b , donne a ; on a $\frac{a}{b} \times b = a$.

On le note $\frac{a}{b}$ ou $a \div b$.

- $\frac{8}{5}$ est le quotient de 8 par 5 : $\frac{8}{5} \times 5 = 8$.

1 Compléter.

a. $3 \times \dots = 10$

b. $8 \times \dots = 15$

c. $11 \times \dots = 2$

d. $\dots \times 7 = 16$

e. $\frac{11}{147} \times \dots = 11$

f. $\frac{3}{31} \times 31 = \dots$

2 1. Quel est le nombre qui, multiplié par 9, donne 14 ?

2. Quel est le nombre qui, multiplié par 7, donne 2 ?

► Si a et b sont des entiers, on dit que $\frac{a}{b}$ est une fraction. a est le **numérateur**, b est le **dénominateur**.

- $\frac{2}{3}$ est une fraction de numérateur 2 et de dénominateur 3.

3 On dispose de 4 kg de confiture pour remplir équitablement 7 pots.

1. Exprimer la masse de confiture en kg dans chaque pot sous la forme d'une fraction.

2. Compléter : « Cette fraction a pour numérateur et pour dénominateur ».

4 Lors d'un dîner, 7 personnes ont mangé chacune $\frac{3}{7}$ de pizza. Combien de pizzas se sont-elles partagées équitablement ?

► Un quotient n'est **pas toujours un nombre décimal**.

- La division de 4 par 3 ne s'arrête jamais.

$\frac{4}{3}$ n'est donc pas un nombre décimal.

1,33 est une **valeur approchée** au centième

de $\frac{4}{3}$, ce n'est pas une valeur exacte.

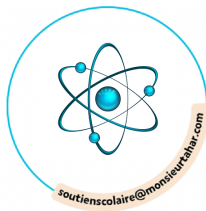
5 $\frac{11}{4}$ et $\frac{5}{3}$ sont-ils des nombres décimaux ?

6 La frise ci-dessous est composée de carrés colorés identiques. Déterminer la valeur exacte en cm du côté du carré rose. Est-ce un nombre décimal ?



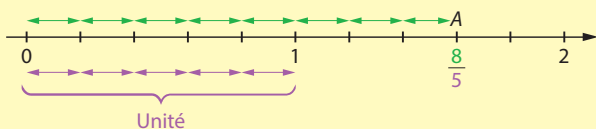


Repérer une fraction sur une demi-droite graduée



► Pour repérer la fraction $\frac{a}{b}$ sur une demi-droite graduée, on partage l'unité en b segments de même longueur, puis on reporte a fois cette longueur à partir de zéro.

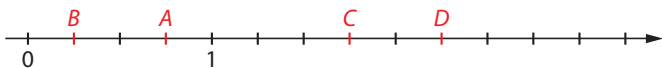
- On veut repérer la fraction $\frac{8}{5}$. On partage donc l'unité en 5 segments de même longueur et on reporte 8 fois cette longueur à partir de zéro.



$$\frac{8}{5} = 8 \times \frac{1}{5}$$

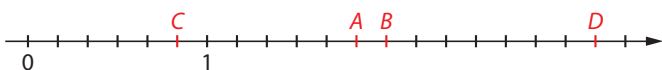
L'abscisse du point A est $\frac{8}{5}$.

- 7 1. Indiquer sur la demi-droite graduée ci-dessous les abscisses des points A, B, C et D.

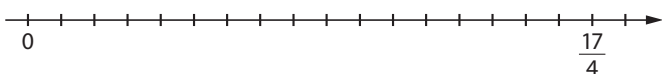


2. Placer sur la demi-droite graduée ci-dessous le point E d'abscisse $\frac{4}{4}$ et le point F d'abscisse $\frac{13}{4}$.

- 8 Indiquer sur la demi-droite graduée ci-dessous les abscisses des points A, B, C et D.



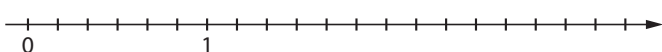
- 9 1. Placer les points de la demi-droite ci-dessous dont les abscisses sont des nombres entiers.



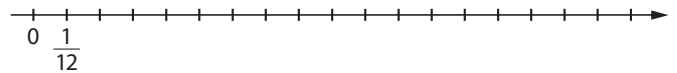
2. Compléter avec un entier et une fraction.

$$\frac{17}{4} = \dots + \dots$$

- 10 Sur la demi-droite graduée ci-dessous, placer les points A d'abscisse 3, B d'abscisse $\frac{8}{6}$, C d'abscisse $\frac{1}{2}$ et D d'abscisse $\frac{2}{3}$.



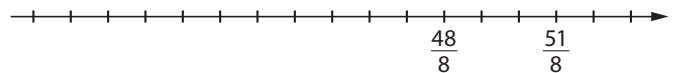
- 11 Sur la demi-droite graduée ci-dessous, placer les points A d'abscisse 1, B d'abscisse $\frac{5}{12}$, C d'abscisse $\frac{1}{2}$, D d'abscisse $\frac{17}{12}$ et E d'abscisse $\frac{1}{4}$.



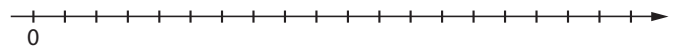
- 12 Choisir 4 cm comme unité sur la demi-droite graduée ci-dessous puis placer les nombres $\frac{3}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{3}{4}$ et $\frac{3}{8}$.



- 13 Sur la demi-droite graduée ci-dessous, placer le point A d'abscisse 5 et le point B d'abscisse $5 + \frac{1}{2}$.

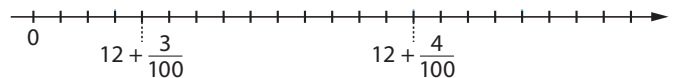


- 14 Sur la demi-droite graduée ci-dessous, choisir l'unité de manière astucieuse pour positionner précisément à l'aide des graduations les nombres $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{3}$ et $\frac{1}{2}$.

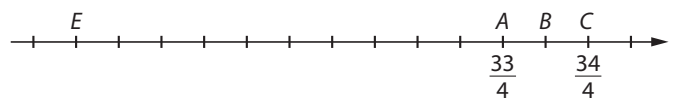


- 15 **MODE EXPERT** Placer, si possible, les nombres suivants sur la demi-droite graduée ci-dessous.

$$\frac{130}{10}, \frac{1231}{100}, \frac{1204}{100}, \frac{122}{10}, \frac{12029}{1000}, \frac{1229}{100}, \frac{12044}{1000}$$



- 16 **MODE EXPERT** 1. Placer le point D d'abscisse 8 sur la demi-droite graduée ci-dessous.



2. Donner l'abscisse de B sous forme d'une fraction.

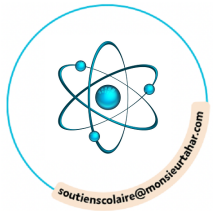
.....

3. Citer deux points distants d'une demi-unité.

.....

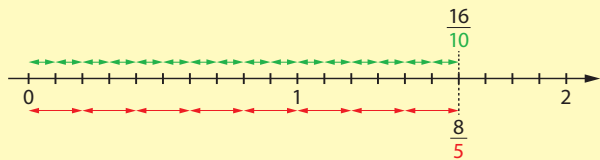


3 Reconnaître des fractions égales



► On peut utiliser une demi-droite graduée pour établir une **égalité** entre deux fractions

- Placer $\frac{16}{10}$ et $\frac{8}{5}$ sur la demi-droite graduée ci-dessous.



On en déduit que $\frac{16}{10} = \frac{8}{5}$.

17 1. Entourer tous les nombres qu'on peut écrire dans la case rouge.

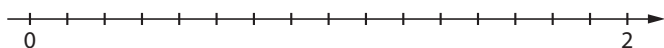
$\frac{7}{10}$ $\frac{9}{10}$ $\frac{80}{100}$ $\frac{70}{100}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{70}{10}$ $\frac{700}{1\ 000}$



2. En déduire les fractions qui sont égales.

18 1. Placer les nombres suivants sur la demi-droite graduée ci-dessous.

$\frac{15}{8}$ $\frac{6}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{3}{2}$



2. En déduire toutes les égalités possibles entre ces nombres.

► Un quotient ne change pas si l'on multiplie ou si l'on divise son numérateur et son dénominateur par **un même nombre non nul**.

19 Compléter chaque égalité.

a. $\frac{2}{3} = \frac{2 \times \dots}{3 \times \dots} = \frac{8}{\dots}$ b. $\frac{3}{8} = \frac{3 \times \dots}{8 \times \dots} = \frac{15}{\dots}$

c. $\frac{6}{11} = \frac{6 \times \dots}{11 \times \dots} = \frac{18}{\dots}$ d. $\frac{5}{3} = \frac{5 \times \dots}{3 \times \dots} = \frac{35}{\dots}$

20 Compléter chaque égalité.

a. $\frac{5}{6} = \frac{\dots}{60}$ b. $\frac{4}{7} = \frac{\dots}{56}$ c. $\frac{15}{20} = \frac{\dots}{80}$

21 Compléter chaque égalité.

a. $\frac{80}{100} = \frac{80 \div \dots}{100 \div \dots} = \frac{20}{\dots}$ b. $\frac{45}{10} = \frac{45 \div \dots}{10 \div \dots} = \frac{9}{\dots}$

c. $\frac{24}{15} = \frac{24 \div \dots}{15 \div \dots} = \frac{8}{\dots}$ d. $\frac{30}{500} = \frac{30 \div \dots}{500 \div \dots} = \frac{3}{\dots}$

22 Compléter chaque égalité.

a. $\frac{36}{27} = \frac{\dots}{9}$ b. $\frac{44}{33} = \frac{\dots}{3}$ c. $\frac{42}{28} = \frac{\dots}{4}$

23 1. Écrire une fraction qui est égale à la fraction $\frac{25}{17}$ et dont le numérateur est 75.

2. Écrire une fraction qui est égale à la fraction $\frac{24}{1\ 000}$ et dont le dénominateur est 250.

24 Compléter chaque égalité.

a. $\frac{3}{7} = \frac{\dots}{49} = \frac{63}{\dots}$ b. $\frac{14}{35} = \frac{\dots}{5} = \frac{\dots}{45}$

c. $\frac{\dots}{55} = \frac{8}{5} = \frac{72}{\dots}$ d. $\frac{39}{26} = \frac{\dots}{2} = \frac{120}{\dots}$

25 Parmi les fractions ci-dessous, entourer celles qui sont égales à $\frac{15}{45}$.

$\frac{1}{4}$ $\frac{3}{9}$ $\frac{3}{1}$ $\frac{45}{135}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1\ 500}{450}$

26 Pour chaque égalité, compléter le $\square$ par une opération et les $\dots$ par des nombres.

a. 50 % de 360 = 360 $\square$ $\frac{1}{\dots}$ = $\dots$

b. 25 % de 1 000 = 1 000 $\square$ $\frac{1}{\dots}$ = $\dots$

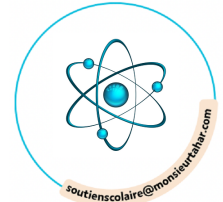
c. 10 % de 15 = 15 $\square$ 10 = $\dots$

27 **MODE EXPERT** Parmi les fractions ci-dessous, entourer celles qui sont égales à $\frac{120}{50}$.

$\frac{110}{40}$ $\frac{156}{65}$ $\frac{5}{12}$ $\frac{36}{15}$ $\frac{184}{90}$ $\frac{216}{90}$



Comparer des fractions



► Pour **comparer deux fractions**, on regarde si elles ont le **même numérateur** : si oui, la plus grande est celle qui a le **plus grand numérateur**.

28 Dans chaque cas, comparer les deux fractions :

a. $\frac{4}{5}$ $\frac{7}{5}$ b. $\frac{7}{3}$ $\frac{2}{3}$ c. $\frac{125}{17}$ $\frac{99}{17}$

29 Ranger les fractions suivantes dans l'ordre décroissant.

$\frac{98}{17}$ • $\frac{39}{17}$ • $\frac{109}{17}$ • $\frac{3}{17}$ • $\frac{901}{17}$ • $\frac{89}{17}$

30 Ranger les nombres suivants dans l'ordre croissant.

$\frac{1\ 809}{1\ 022}$ • 0 • 1 • $\frac{189}{1\ 022}$

31 Ranger les nombres suivants dans l'ordre décroissant.

$\frac{90\ 999}{20}$ • $\frac{909}{20}$ • $\frac{90\ 909}{20}$ • $\frac{9\ 909}{20}$ • $\frac{9\ 009}{20}$ • $\frac{9\ 099}{20}$

► On peut **encadrer une fraction** à l'unité, au dixième, au centième...

• $\frac{5}{3} \approx 1,6666$

Encadrement de $\frac{5}{3}$ à l'unité : $1 < \frac{5}{3} < 2$

Encadrement de $\frac{5}{3}$ au dixième : $1,6 < \frac{5}{3} < 1,7$

32 Compléter pour obtenir un encadrement à l'unité de chacun des nombres suivants.

a. $< \frac{1}{4} < \dots$ b. $< \frac{5}{2} < \dots$

c. $< \frac{299}{10} < \dots$ d. $< \frac{7}{4} < \dots$

33 Compléter pour obtenir un encadrement au dixième de chacun des nombres suivants.

a. $< \frac{1}{3} < \dots$ b. $< \frac{3}{4} < \dots$

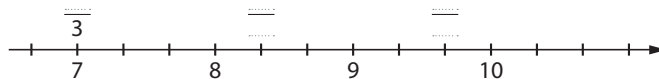
c. $< \frac{321}{100} < \dots$ d. $< \frac{2\ 959}{1\ 000} < \dots$

34 À l'aide d'une calculatrice, compléter pour obtenir un encadrement au centième de chacun des nombres suivants.

a. $< \frac{30}{7} < \dots$ b. $< \frac{312}{19} < \dots$

c. $< \frac{4}{9} < \dots$ d. $< \frac{459}{230} < \dots$

35 1. Compléter.



2. En déduire un encadrement à l'unité de $\frac{29}{3}$.

..... $< \frac{29}{3} < \dots$

► Pour encadrer une fraction **par deux entiers consécutifs**, on peut utiliser la division euclidienne.

• On considère la fraction $\frac{138}{19}$.

$138 = 19 \times 7 + 5$. Le quotient de la division euclidienne de 138 par 19 est donc 7.

L'encadrement à l'unité de $\frac{138}{19}$ est donc :

$7 < \frac{138}{19} < 8$.

36 En effectuant des divisions euclidiennes, donner un encadrement à l'unité de chacune des fractions suivantes.

a. $\frac{235}{9}$

b. $\frac{377}{11}$

c. $\frac{1\ 077}{25}$

d. $\frac{243}{12}$

37 **MODE EXPERT** Sans utiliser la calculatrice, entourer :

- en rouge les fractions inférieures à 1 ;
- en bleu les fractions comprises entre 2 et 3 ;
- en vert les fractions supérieures à 3.

$\frac{26}{3}$ $\frac{1\ 088}{1\ 089}$ $\frac{91}{45}$ $\frac{145}{10}$ $\frac{70}{9}$ $\frac{151}{50}$ $\frac{38}{103}$ $\frac{511}{250}$

38 Parcours ceinture jaune

1. Compléter.

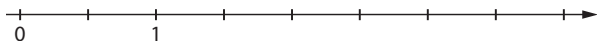
$$\bullet 3 \times \frac{7}{3} = \dots \quad \bullet 9 \times \frac{7}{9} = 7$$

$$\bullet 11 \times \frac{\dots}{11} = 19 \quad \bullet 28 \times 0,5 = 28 \times \frac{\dots}{2} = \dots$$

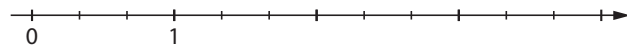
$$\bullet 40 \times \frac{50}{100} = 40 \times \frac{\dots}{100} = \dots$$

2. $\frac{1}{3}$ a-t-il une écriture décimale exacte ?

3. Placer le nombre $\frac{3}{2}$ sur la demi-droite graduée.



4. Placer le nombre $\frac{7}{3}$ sur la demi-droite graduée.



5. Compléter.

$$\bullet \frac{3}{4} = \frac{15}{\dots}$$

$$\bullet \frac{1}{4} = \frac{\dots}{100}$$

6. Compléter avec < ou >.

$$\bullet \frac{17}{7} \dots \frac{21}{7}$$

$$\bullet 1 \dots \frac{7}{8}$$

39 Parcours ceinture verte

1. Compléter.

$$\bullet 9 \times \frac{22}{9} = \dots \quad \bullet 39 \times \frac{11}{39} = 11$$

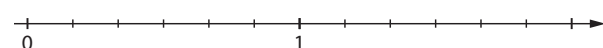
$$\bullet 12 \times 0,3 = 12 \times \frac{3}{10} = \dots$$

$$\bullet 52 \times 0,01 = 52 \times \frac{\dots}{100} = \dots$$

$$\bullet 80 \times 0,25 = 80 \times \frac{\dots}{4} = \dots$$

2. $\frac{2}{3}$ a-t-il une écriture décimale exacte ?

3. Placer le nombre $\frac{4}{3}$ sur la demi-droite graduée.



4. Compléter.

$$\bullet \frac{24}{16} = \frac{\dots}{2} = \dots$$

$$\bullet \frac{14}{21} = \frac{2}{\dots}$$

5. Compléter avec < ou >.

$$\bullet \frac{1}{2} \dots \frac{3}{4}$$

$$\bullet 1 + \frac{6}{8} \dots \frac{13}{8}$$

40 Parcours ceinture noire

1. Compléter.

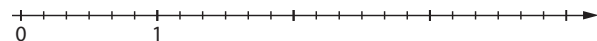
$$\bullet \frac{5}{21} \times 21 = \dots \quad \bullet 37 \times \frac{\dots}{37} = 99$$

$$\bullet 0,045 \times \frac{1}{10} = \dots$$

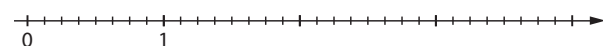
$$\bullet 255 \times \frac{20}{100} = 255 \times \frac{1}{5} = \dots$$

$$\bullet 8 \times \frac{75}{100} = 8 \times \frac{\dots}{4} = \dots$$

2. Placer le nombre $\frac{5}{3}$ sur la demi-droite graduée.



3. Placer le nombre $3 + \frac{1}{4}$ sur la demi-droite graduée.



4. Compléter.

$$\bullet \frac{49}{21} = \frac{7}{\dots}$$

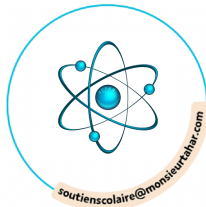
$$\bullet \frac{39}{57} = \frac{13}{\dots}$$

$$\bullet \frac{121}{33} = \frac{\dots}{3}$$

5. Donner un encadrement à l'unité de $\frac{43}{7}$.

.....

Problèmes



41 De belles perles

Calculer

Kevin crée des pendentifs avec des perles. Il aligne très précisément 3 perles de Tahiti de la même grosseur l'une contre l'autre. L'ensemble mesure alors 5 cm de long.



► Quelle est, en cm, la valeur exacte du diamètre de chaque perle ? Donner un arrondi au dixième.

42 Des BD

Calculer

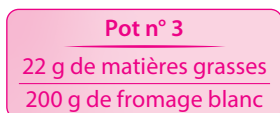
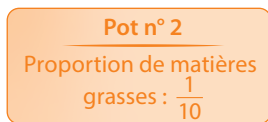
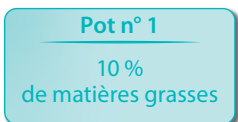
Lucas et Mehdi, rangent chacun leur bibliothèque. Ils s'intéressent à la proportion de BD parmi leurs livres respectifs, exprimée sous forme de fraction. Lucas remarque que trois quarts de ses livres sont des BD. Mehdi, qui possède 18 BD sur un total de 24 livres, a donc une proportion de BD égale à $\frac{18}{24}$. Il affirme que sa bibliothèque contient aussi trois quarts de BD.

► Mehdi a-t-il raison ? Justifier.

43 Matières grasses

Calculer, Communiquer

L'étiquette de chacun des trois pots de fromage blanc ci-dessous indique la proportion de matières grasses.



► Dans quel pot la proportion de matières grasses est-elle la plus importante ? Justifier

44 Trail

Calculer, Représenter

Karima, Sarah et Maïa ont participé à la même course en pleine nature appelée trail. Elles ont beaucoup couru mais, parfois, elles ont aussi dû marcher. Karima a couru sur les $\frac{14}{15}$ du trajet, Sarah a fait les $\frac{2}{3}$ du parcours à la course et Maïa a parcouru les $\frac{11}{15}$ de la distance totale en courant.

1. Karima et Sarah ont-elles parcouru la même distance en courant ?

2. Comparer les fractions du trajet total que Maïa et Sarah ont chacune effectuées en courant.

45 Durées

Représenter, Calculer

Dans chaque cas, compléter pour exprimer la durée en fraction d'heure.

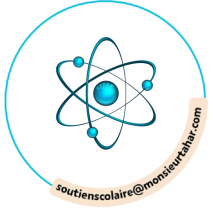
a. 45 min = $\frac{3}{\quad}$ h b. 10 min = $\frac{\quad}{6}$ h c. 40 min = $\frac{\quad}{3}$ h

46 Les élections

Représenter, Calculer

Lors d'une élection, la proportion de voix obtenue par Monsieur X dans le village A est de 25 %. Dans la ville B, il a obtenu 7 042 voix sur 28 000 votants ce qui fait une proportion de $\frac{7\,042}{28\,000}$.

► Dans quel ville Monsieur X a-t-il obtenu la plus grande proportion de voix ?

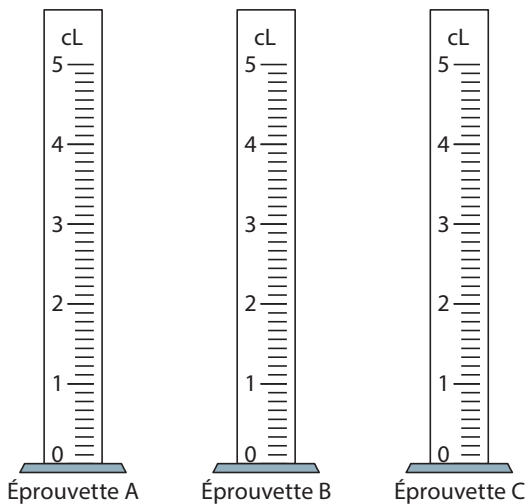


47 De la chimie

Représenter, Calculer

Deux chimistes Peio et Maria travaillent avec des éprouvettes identiques. Peio a vidé $\frac{13}{9}$ cL d'un réactif vert dans l'éprouvette A et Maria a versé $\frac{4}{3}$ cL d'un réactif bleu dans l'éprouvette B.

1. Représenter en couleur le niveau de liquide atteint dans chaque éprouvette A, B et C.



2. Quelle est, parmi les deux éprouvettes A et B, celle dont le niveau est le plus haut ? Comparer alors $\frac{13}{9}$ et $\frac{4}{3}$.

3. Maria verse trois fois la dose de réactif bleu de l'éprouvette B dans l'éprouvette C. Représenter le niveau de réactif bleu atteint dans l'éprouvette C. Justifier.

48 La ligne blanche

Modéliser, Calculer

La ligne blanche centrale d'une route étroite est représentée ci-dessous.



Sur 29 mètres de long, on compte exactement 7 traits pleins de 3 mètres de long chacun, espacés régulièrement.

1. Quelle est la distance entre deux traits pleins ? Donner la valeur exacte puis l'arrondi au centimètre.

49 Roland Garros

Chercher, Calculer, Modéliser

Le tableau ci-dessous résume les statistiques pour le match « simple messieurs » de huitième de finale du tournoi de Roland Garros 2020.

1. Pour chaque critère étudié, à l'aide d'une calculatrice, comparer les proportions données sous forme de fractions puis entourer la meilleure.

Djokovic	Catégorie	Khachanov
$\frac{57}{89}$	Premiers services réussis	$\frac{77}{111}$
$\frac{40}{57}$	Points gagnés sur premiers services	$\frac{42}{77}$
$\frac{19}{32}$	Points gagnés sur deuxièmes services	$\frac{16}{34}$
$\frac{23}{35}$	Points gagnés au filet	$\frac{15}{27}$
$\frac{6}{15}$	Balles de break gagnées	$\frac{2}{9}$
$\frac{53}{111}$	Retours gagnants	$\frac{30}{89}$

2. Djokovic a-t-il gagné plus ou moins d'une fois sur deux le point lors de ses deuxièmes services ?

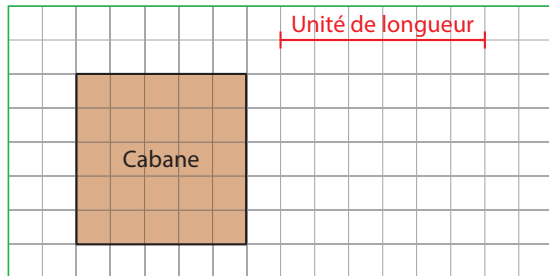
3. Khachanov a-t-il réussi plus de $\frac{2}{3}$ de ses premiers services ?

Tâche complexe

50

Magda possède un jardin rectangulaire dans lequel se trouve une cabane carrée. Elle envisage d'y ajouter une piscine. Sur le plan du jardin ci-dessous, un segment indique l'unité de longueur.

Doc 1 Plan du jardin



Doc 2 Modèle choisi : piscine carrée

Sur le plan du jardin de Magda, chaque côté de la piscine aura pour longueur $\frac{3}{4}$ d'unité.



► Déterminer les dimensions exactes du jardin et de la cabane sur le plan, exprimées en unités de longueur, puis représenter la piscine sur le document 1.



Le jeu

Domino

À deux, placer le plus rapidement possible les six dominos sachant que pour que deux morceaux de dominos se touchent, ils doivent porter des nombres égaux.

Construire ces dominos en remplaçant le « ? » par 7 (au crayon à papier) et faire une partie, puis en faire une autre en remplaçant le « ? » par 9.

$3 \mid \frac{?}{2}$	$\frac{45}{100} \mid \frac{35}{100}$
$\frac{14}{18} \mid \frac{21}{?}$	$\frac{7}{9} \mid \frac{?}{21}$
$\frac{1}{3} \mid 7 \times \frac{1}{?}$	$\frac{1}{9} \times 7 \mid \frac{120}{40}$

Le défi

Course d'orientation

Pour gagner la grande course d'orientation, Mathias doit localiser une balise située à moins de 10 kilomètres. Pour deviner le nombre entier de kilomètres qui le sépare de cette balise, il dispose d'un indice sur la longueur du trajet : « Tu parcoures d'abord la moitié des kilomètres du trajet plus un demi-kilomètre. Puis tu continues sur la moitié des kilomètres restants plus un demi-kilomètre. Enfin, si tu avances encore de la moitié de la distance restante plus un demi-kilomètre, tu trouveras la balise. »

Quelle est la distance qui sépare Mathias de la balise ?