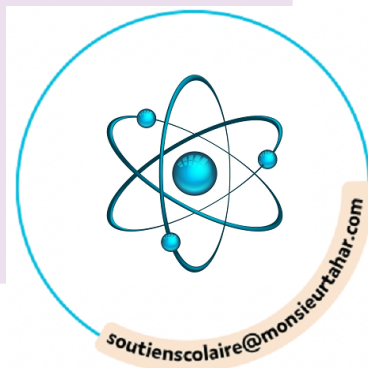
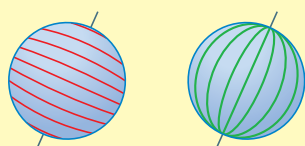




1

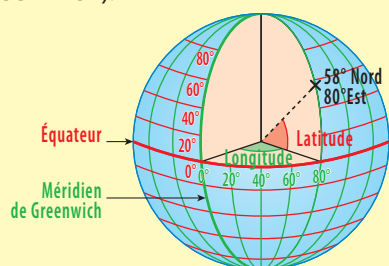
Se repérer sur une sphère

► Si on modélise la Terre par une sphère, on peut tracer des cercles appelés **parallèles** et des demi-cercles passant par les pôles appelés **méridiens**. On peut repérer un point sur la surface de la Terre par deux mesures d'angles :

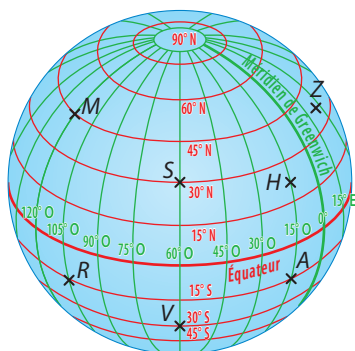


Parallèles Méridiens

- la **latitude** (au Nord ou au Sud de l'équateur) ;
- la **longitude** (à l'Est ou à l'Ouest du méridien de Greenwich).



1 On considère la figure suivante.



1. Repérer deux points étant sur le même :

a. parallèle : **R et A** b. méridien : **S et V** ou **H et A**

2. Quel point a pour latitude 30° Nord et longitude 60° Ouest ? **Le point S**

3. Indiquer les coordonnées des points :

a. V : latitude : **30° Sud** longitude : **60° Ouest**

b. H : **22,5° Nord et 15° Ouest**

c. Z : **37,5° Nord et 22,5° Est.**

2 1. Parmi les coordonnées suivantes, entourer celles de Pyeongchang, en Corée du Sud.

Latitude : 128° Est

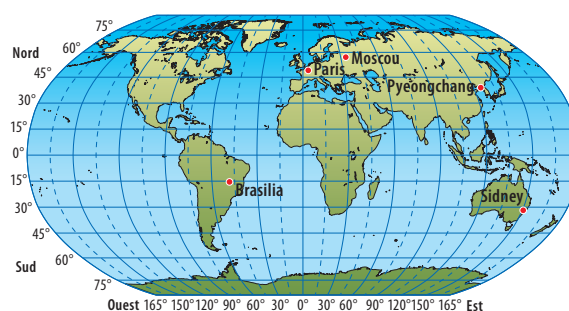
Longitude : 37° Nord

Latitude : 37° Sud

Longitude : 128° Est

Latitude : 37° Nord

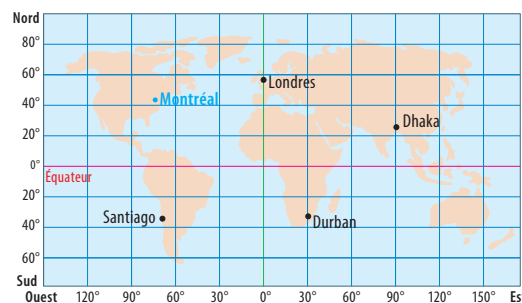
Longitude : 128° Est



2. Pour chacune des villes suivantes, donner approximativement sa latitude et sa longitude.

	Latitude	Longitude
Paris	48° Nord	2° Est
Sidney	33° Sud	151° Est
Moscou	55° Nord	37° Est
Brasilia	15° Sud	47° Ouest

3 Un planisphère est une projection plane du globe terrestre.



1. Placer sur ce planisphère la ville de Montréal dont les coordonnées sont 45° Nord et 73° Ouest.

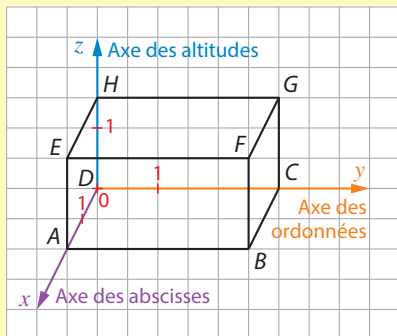
2. Donner la latitude et la longitude de :

Dhaka : **23° Nord et 90° Est**

Santiago : **33° Sud et 70° Ouest**

Durban : **31° Sud et 30 Est**

On peut se repérer sur un pavé droit avec **trois axes** et un **sommet** appelé origine du repère.



- D est l'origine du repère.
- La droite (Dx) est l'axe des abscisses.
- La droite (Dy) est l'axe des ordonnées.
- La droite (Dz) est l'axe des altitudes.
- Les coordonnées du point E sont (2 ; 0 ; 1,5).

1. Sur le pavé droit représenté ci-dessus :

a. quelle est l'abscisse du point A ? 2

b. quelle est l'altitude du point H ? 1,5

2. Donner les coordonnées des points suivants.

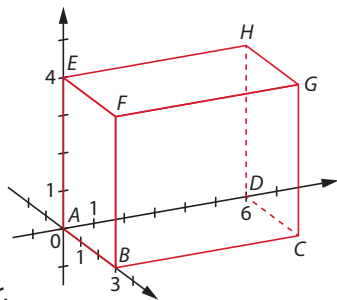
C (0 ; 3 ; 0)

B (2 ; 3 ; 0)

G (0 ; 3 ; 1,5)

F (2 ; 3 ; 1,5)

On souhaite se repérer dans le pavé droit suivant.



1. Compléter.

a. L'origine du repère est le sommet A.

b. La droite (AB) est l'axe des abscisses, la droite (AD) est l'axe des ordonnées et la droite (AE) est l'axe des altitudes.

c. Le point B a pour coordonnées : B (3 ; 0 ; 0).

d. Le point G a pour coordonnées : G (3 ; 6 ; 4).

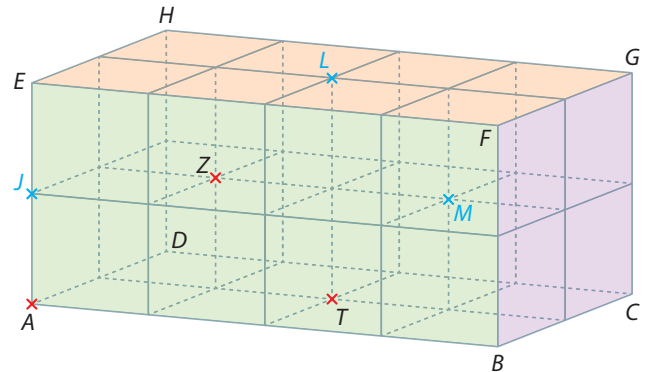
2. Citer deux sommets du pavé droit qui ont :

a. la même altitude : E et H.

b. la même abscisse : B et C.

ABCDEF GH est un pavé droit constitué de 16 cubes d'arête 1 cm. On considère le repère dans lequel :

- le sommet A est l'origine ;
- la droite (AB) est l'axe des abscisses ;
- la droite (AD) est l'axe des ordonnées ;
- la droite (AE) est l'axe des altitudes ;
- le point Z a pour coordonnées (1 ; 1 ; 1).



1. Déterminer les coordonnées des points C, T et H.

C(4 ; 2 ; 0), T(2 ; 1 ; 0) et H(0 ; 2 ; 2)

2. Placer les points suivants sur le pavé droit.

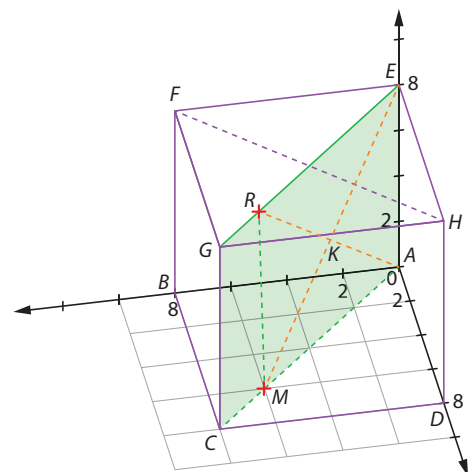
J (0 ; 0 ; 1)

L (2 ; 1 ; 2)

M (3 ; 1 ; 1)

7 MODE EXPERT

ABCDEF GH est un cube d'arête 8 cm muni d'un repère d'origine A, d'axe des abscisses (AD), d'axe des ordonnées (AB) et d'axe des altitudes (AE). M est le point de coordonnées (6 ; 6 ; 0). R est le point de [EG] tel que le segment [RM] est parallèle à l'axe (AE).



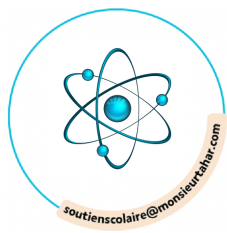
Sans justifier, donner :

a. la nature du quadrilatère REAM.

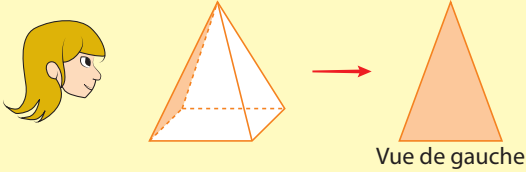
REAM est un rectangle.

b. les coordonnées du point K, centre du quadrilatère

REAM. K(3 ; 3 ; 4)

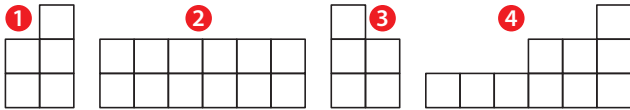
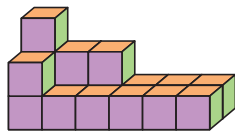


► Dans l'espace, la vue d'un objet dépend de la **position de l'observateur**.



► Un **patron** d'un solide est une figure en grandeur réelle permettant de construire ce solide après découpage et pliage.

8 Associer chacune des représentations du solide ci-contre à son nom.



Vue de dessus ou de dessous : **2**

Vue de derrière : **4**

Vue de gauche : **3**

Vue de droite : **1**

9 1. Associer chacune des représentations en perspective cavalière suivantes au solide qu'elle représente.



Cylindre

Pavé droit

Pyramide

Prisme

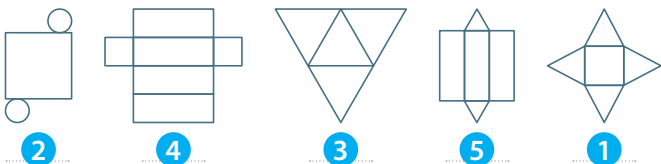
2

4

1 et 3

4 et 5

2. Écrire sous chacun des patrons ci-dessous le numéro du solide auquel il est associé.



2

4

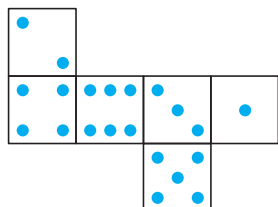
3

5

1

10 **MODE EXPERT**

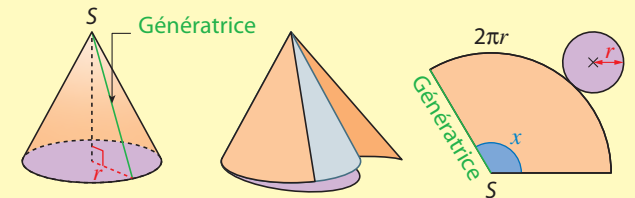
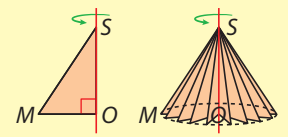
Voici le patron d'un cube. Inscrive des points sur les faces pour construire un dé sachant que la somme des points sur les faces opposées doit toujours être égale à 7.



► Un **cône de révolution**

de sommet S est un solide obtenu par la rotation d'un triangle SOM

rectangle en O , autour de la droite (SO) .



Pour le patron, la longueur de l'arc de cercle est égale au périmètre du disque de base et elle est proportionnelle à la mesure de l'angle x .

11 On veut tracer un patron d'un cône de révolution de rayon 2 cm et de génératrice 2,5 cm.

1. Compléter pour déterminer la mesure de l'angle x .

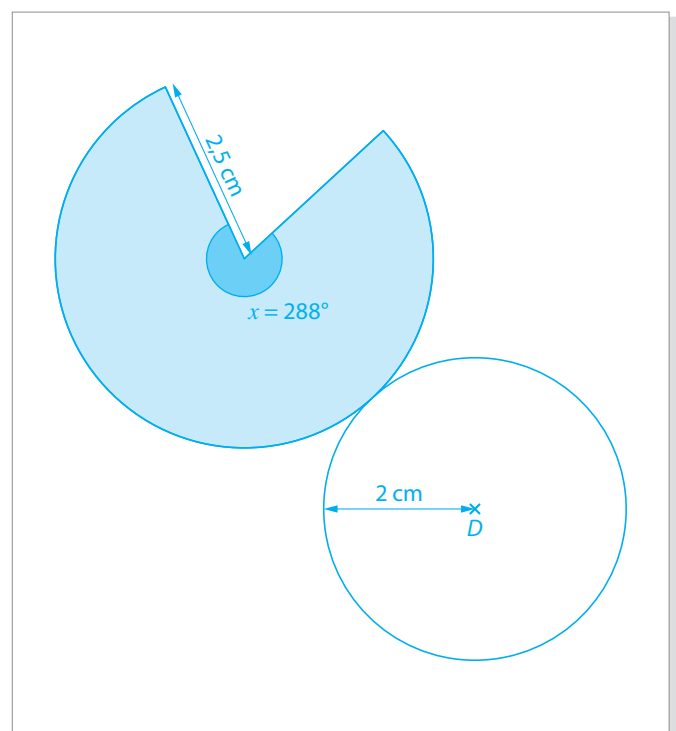
Périmètre du disque de base : **4π cm**

Périmètre d'un cercle de rayon 2,5 cm : **5π cm**

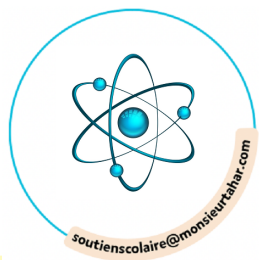
Mesure de l'angle en °	360	x
Longueur de l'arc en cm	5π	4π

$$x = \frac{360 \times 4\pi}{5\pi} = 288^\circ$$

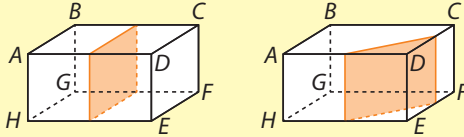
2. Tracer un patron de ce cône.



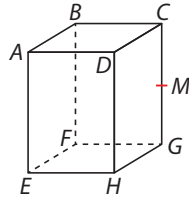
Déterminer et construire des sections planes



► La **section d'un pavé droit** par un plan parallèle à l'une de ses faces ou l'une de ses arêtes est un **rectangle**.

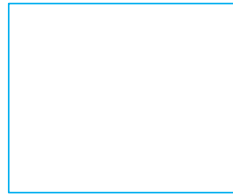


12 On considère un pavé droit $ABCDEFGH$ tel que $AE = 3$ cm, $AD = 1,5$ cm et $HG = 2$ cm. Construire la section obtenue dans chacun des cas suivants.



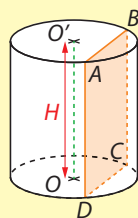
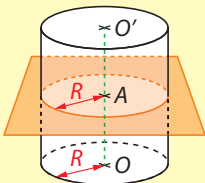
a. On coupe ce pavé droit par le plan parallèle à $ABCD$ passant par M .

b. On coupe ce pavé droit par le plan parallèle à l'arête $[AE]$ passant par les sommets B et D .



► La section d'un cylindre de révolution par :

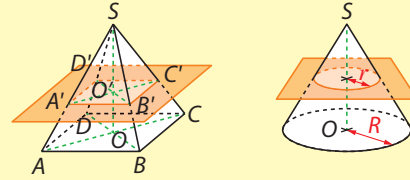
- **un plan parallèle à l'une de ses bases** est un cercle de même rayon que la base.
- **un plan perpendiculaire à l'une de ses bases** est un rectangle.



13 On considère un cylindre de révolution de hauteur 7 cm et dont un disque de base a pour centre O et pour rayon 4 cm. On coupe ce cylindre par un plan parallèle à sa base à 3 cm du point O . Quelle est la nature de cette section ? En préciser les caractéristiques.

Cette section est un cercle de rayon 4 cm.

► La **section d'une pyramide ou d'un cône de révolution** par un plan parallèle à la base est une **réduction de la base**.



14 La pyramide ci-dessus a une base carrée telle que $SO = 8$ cm et $AB = 6$ cm. On considère la section de cette pyramide par un plan parallèle à la face $ABCD$ passant par le point O' avec $SO' = 5$ cm. Compléter.

La section est **une réduction du carré $ABCD$** , on peut la nommer $A'B'C'D'$. On a :

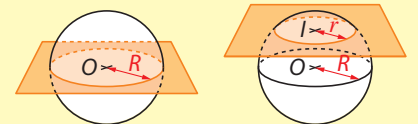
$$\frac{SO'}{SO} = \frac{A'B'}{AB} \text{ donc } \frac{5}{8} = \frac{A'B'}{6} \text{ donc } A'B' = 3,75 \text{ cm}$$

15 Un cône de hauteur 10 cm et dont la base est un disque de rayon 4 cm est coupé par un plan parallèle à sa base à 2 cm de son sommet. Déterminer la nature et les dimensions de la section obtenue.

La section est **une réduction du disque de base**, on note r son rayon.

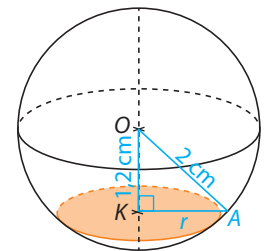
$$\text{On a } \frac{r}{4} = \frac{2}{10}, \text{ donc } r = 0,8 \text{ cm.}$$

► La **section d'une sphère** par un plan est un **cercle**.

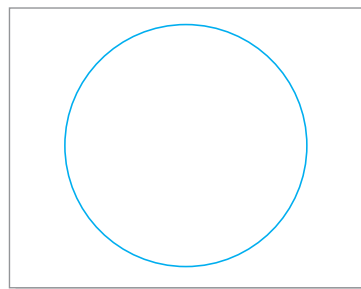


Si elle passe par le centre, c'est un **grand cercle** de même rayon que la sphère.

16 **MODE EXPERT** On a coupé une sphère de centre O et de rayon 2 cm par un plan situé à 1,2 cm de son centre. Tracer la section obtenue.



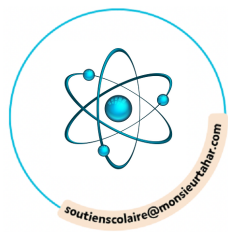
La section est un cercle de rayon r tel que $r^2 = 2^2 - 1,2^2 = 2,56$, donc $r = 1,6$ cm.





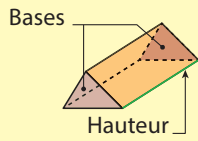
5

Calculer des volumes



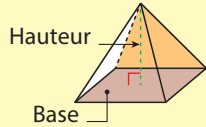
► Le volume d'un **prisme droit** est :

$$V = \mathcal{A}_{\text{base}} \times \text{hauteur}$$

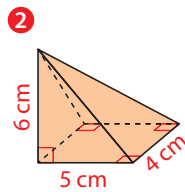
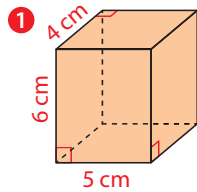


► Le volume d'une **pyramide** est :

$$V = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{\text{base}} \times \text{hauteur}$$



17 Calculer les volumes des deux solides suivants.



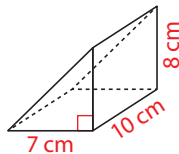
$$V_1 = 5 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} = 120 \text{ cm}^3$$

$$V_2 = \frac{1}{3} \times 5 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} = \frac{1}{3} \times 120 \text{ cm}^3 = 40 \text{ cm}^3$$

18 Calculer le volume de ce prisme à base triangulaire.

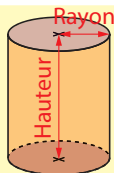
$$\mathcal{A}_{\text{base}} = \frac{7 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}}{2} = 28 \text{ cm}^2$$

$$V = 28 \text{ cm}^2 \times 10 \text{ cm} = 280 \text{ cm}^3$$



► Le volume d'un **cylindre** est :

$$V = \mathcal{A}_{\text{base}} \times \text{hauteur} = \pi r^2 h$$

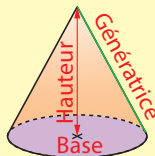


► Le volume d'un **cône** de révolution est :

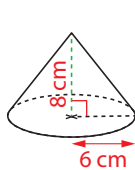
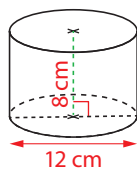
$$V = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{\text{base}} \times \text{hauteur} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

► Le volume d'une **boule** de rayon r est :

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$



19 Voici un cylindre et un cône ayant le même rayon et la même hauteur.



1. Montrer que le volume du cylindre est égal à $288\pi \text{ cm}^3$. Donner une valeur approchée au cm^3 .

$$\pi \times 6^2 \times 8 = 288\pi \text{ donc } V = 288\pi \text{ cm}^3 \approx 905 \text{ cm}^3$$

2. Calculer le volume du cône. Donner la valeur exacte puis une valeur approchée au cm^3 .

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 8 = \frac{1}{3} \times 288\pi = 96\pi$$

$$V = 96\pi \text{ cm}^3 \approx 302 \text{ cm}^3$$

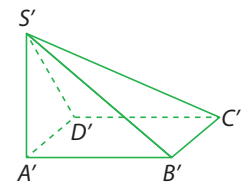
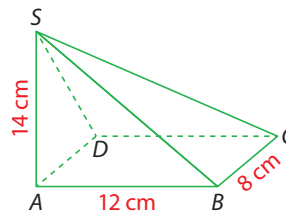
20 Calculer la valeur exacte des volumes des solides suivants.

Solide	Volume
Cylindre : $r = 5 \text{ cm}$ et $h = 3 \text{ cm}$.	$75\pi \text{ cm}^3$
Cône : $r = 3 \text{ m}$ et $h = 5 \text{ m}$.	$15\pi \text{ m}^3$
Boule de rayon 3 cm	$36\pi \text{ cm}^3$
Boule de diamètre 24 dm .	$2304\pi \text{ dm}^3$

► k désigne un nombre positif.

Lors d'un **agrandissement** ou d'une **réduction** de rapport k , les volumes sont multipliés par k^3 .

21 $SABCD$ est une pyramide à base rectangulaire et de hauteur $[SA]$. La pyramide $S'A'B'C'D'$ est une réduction de $SABCD$ de rapport $\frac{4}{5}$.



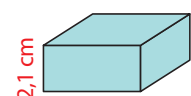
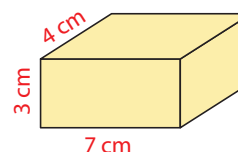
Calculer le volume de la pyramide $SABCD$ et en déduire le volume de la pyramide $S'A'B'C'D'$.

$$V_{SABCD} = \frac{12 \text{ cm} \times 8 \text{ cm} \times 14 \text{ cm}}{3} = 448 \text{ cm}^3$$

$$V_{S'A'B'C'D'} = \left(\frac{4}{5}\right)^3 \times V_{SABCD}$$

$$V_{S'A'B'C'D'} = 0,512 \times 448 \text{ cm}^3 = 229,376 \text{ cm}^3$$

22 **MODE EXPERT** Calculer le volume du pavé droit bleu qui est une réduction du pavé jaune.

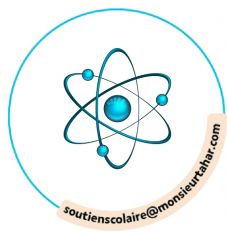


$$V_{\text{jaune}} = 7 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} = 84 \text{ cm}^3$$

$$\text{Rapport de réduction : } \frac{2,1}{3} = 0,7$$

$$V_{\text{bleu}} = 0,7^3 \times 84 \text{ cm}^3 = 28,812 \text{ cm}^3$$

Calculer des longueurs ou des aires dans un solide

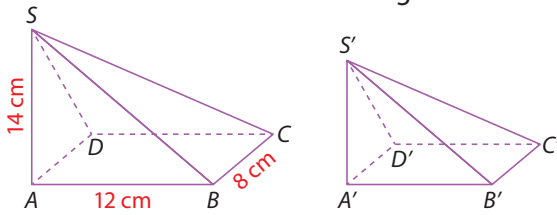


► k désigne un nombre positif.

Lors d'un **agrandissement** ou d'une **réduction** de rapport k :

- les longueurs sont multipliées par k ;
- les aires sont multipliées par k^2 .

- 23** $SABCD$ est une pyramide à base rectangulaire et de hauteur $[SA]$. La pyramide $S'A'B'C'D'$ est une réduction de $SABCD$ de rapport $\frac{4}{5}$.



1. Calculer la longueur $A'B'$.

$$A'B' = \frac{4}{5} \times AB = \frac{4}{5} \times 12 \text{ cm} = 9,6 \text{ cm}$$

2. Calculer l'aire de $ABCD$ et en déduire l'aire de $A'B'C'D'$.

$$\mathcal{A}_{ABCD} = 12 \text{ cm} \times 8 \text{ cm} = 96 \text{ cm}^2$$

$$\mathcal{A}_{A'B'C'D'} = \left(\frac{4}{5}\right)^2 \times 96 \text{ cm}^2 = 61,44 \text{ cm}^2$$

- 24** $SABCD$ est une pyramide régulière de sommet S et de base carrée $ABCD$ avec $AB = 5 \text{ cm}$. Sachant que son volume est de 100 cm^3 , calculer sa hauteur.

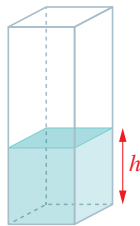
$$\mathcal{A}_{ABCD} = 5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} = 25 \text{ cm}^2.$$

Si on note h la hauteur la pyramide en cm,

$$\text{alors } 25 \times h = 100, \text{ donc } h = 100 \div 25 = 4.$$

La hauteur de la pyramide est de 4 cm.

- 25** Un vase a la forme d'un pavé droit de longueur 9 cm, de largeur 7 cm et de hauteur 20 cm. On verse dans ce vase 1 litre d'eau. Quelle est la hauteur d'eau dans le vase ? Arrondir au mm près.



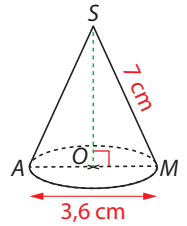
$$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$$

Si on note h la hauteur d'eau en cm, alors

$$9 \times 7 \times h = 63h = 1\,000. \text{ Donc } h = 1\,000 \div 63 \approx 15,9$$

La hauteur d'eau est d'environ 15,9 cm.

- 26** Un cône de révolution a une génératrice de 7 cm et un disque de base de diamètre 3,6 cm. Calculer la hauteur du cône. Arrondir au millimètre.



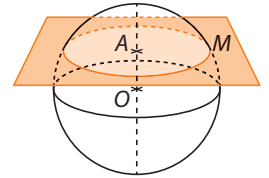
SOM est un triangle rectangle en O , donc

d'après le théorème de Pythagore :

$$SO^2 = 7^2 - 1,8^2 = 45,76$$

$$\text{Donc } SO = \sqrt{45,76} \text{ cm} \approx 6,8 \text{ cm}$$

- 27** **MODE EXPERT** On coupe une sphère de centre O et de rayon 7 cm par un plan passant par le point A tel que $OA = 3 \text{ cm}$. M est un point de la sphère appartenant à ce plan.



Calculer l'aire de la section obtenue. Arrondir à l'unité.

La section est un cercle de rayon AM .

OAM est un triangle rectangle en A , donc

d'après le théorème de Pythagore :

$$AM^2 = 7^2 - 3^2 = 40.$$

$$\text{Donc } AM = \sqrt{40} \text{ cm.}$$

$$\pi \times (\sqrt{40})^2 = 40\pi \text{ donc l'aire de la section vaut } 40\pi \text{ cm}^2, \text{ soit environ } 126 \text{ cm}^2.$$

- 28** **MODE EXPERT** Après avoir versé 60 cL d'eau dans une bouteille, le niveau d'eau est de 20 cm. Calculer le diamètre de cette bouteille au millimètre près.

$$60 \text{ cL} = 0,6 \text{ L} = 600 \text{ cm}^3$$

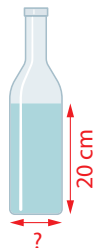
L'eau a la forme d'un cylindre dans la bouteille,

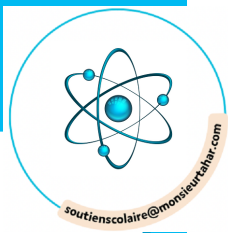
notons r son rayon en cm.

$$\text{On a } \pi \times r^2 \times 20 = 600.$$

$$\text{Donc } r^2 = \frac{600}{20\pi}, \text{ donc } r = \sqrt{\frac{600}{20\pi}} \approx 3,1$$

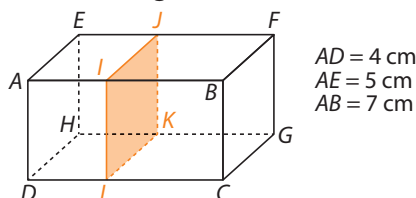
Le diamètre de la bouteille est environ 6,2 cm.





29 Parcours ceinture jaune

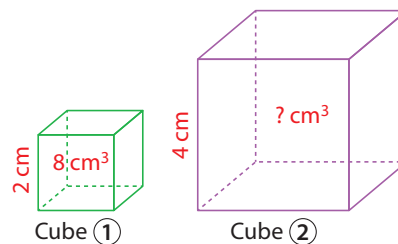
1. L'égalité $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$ est-elle vraie ? **Oui**
2. Calculer le volume d'un cube d'arête 5 cm.
 125 cm^3
3. Le volume d'un cylindre de rayon 3 cm et de hauteur 10 cm est-il de $90\pi \text{ cm}^3$? **Oui**
4. Déterminer la nature et les dimensions de la section orange.



Un rectangle de 5 cm sur 4 cm.

5. Calculer le volume du cube ②.

64 cm^3



6. A (0 ; 5 ; 0). Sur quel axe du repère se trouve le point A ?

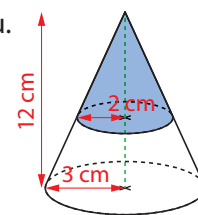
L'axe des ordonnées.

30 Parcours ceinture verte

1. Compléter.
M (2 ; 3 ; -2) et N (2 ; 3 ; 4). La droite (MN) est parallèle à l'axe des **altitudes**.
2. L'égalité $5 \text{ dm}^3 = 5\,000 \text{ mL}$ est-elle vraie ? **Oui**
3. Calculer le volume en mm^3 d'un cube d'arête 2 cm. **$8\,000 \text{ mm}^3$**
4. Le volume d'un cylindre de rayon 5 cm et de hauteur 2 cm est-il $20\pi \text{ cm}^3$? **Non**

5. Calculer la hauteur du cône bleu.

8 cm



6. On réduit à l'échelle $\frac{1}{2}$ un solide de volume 200 m^3 . Quel est le volume de cette réduction ?

25 m^3

31 Parcours ceinture noire

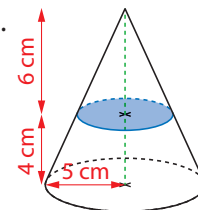
1. L'égalité $5 \text{ m}^3 = 500\,000 \text{ cL}$ est-elle vraie ? **Oui**
2. Calculer le volume en litres d'un cube d'arête 30 cm. **27 L**
3. Le volume d'un cône de rayon 3 cm et de hauteur 10 cm est-il $45\pi \text{ cm}^3$? **Non**

4. Calculer le rayon du disque bleu.

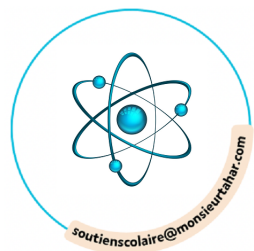
3 cm

5. Une pyramide a pour base un carré de côté 10 cm et pour volume 2500 cm^3 .

Calculer sa hauteur. **75 cm**



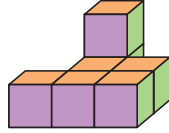
Problèmes



32 Des cubes

Chercher, Raisonner, Calculer

On a empilé sept cubes identiques, chacun d'arête 3 cm, de façon à obtenir le solide ci-contre.



► Calculer l'aire de la vue de droite et le volume de ce solide.

La vue de droite est composée de quatre carrés de côté 3 cm.

$$4 \times 3^2 = 36 \text{ donc } \mathcal{A} = 36 \text{ cm}^2$$

$$7 \times 3^3 = 189 \text{ donc } \mathcal{V} = 189 \text{ cm}^3$$

33 Le verre

Modéliser, Calculer, Représenter

Le verre ci-contre a une forme conique.

► Peut-on y verser 20 cL de boisson sans débordement ?

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 7 \approx 117,3$$

$$\mathcal{V} \approx 117 \text{ cm}^3 \approx 117,3 \text{ mL} = 11,73 \text{ cL}$$

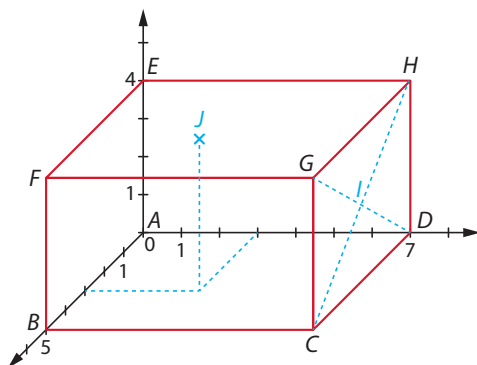
Donc on ne peut pas verser 20 cL sans débordement.



34 Repérages

Chercher, Représenter

Dans le repère ci-dessous, le point G a pour coordonnées (7 ; 5 ; 4).



1. Quel est l'axe des abscisses, des ordonnées, des altitudes ?

(AD) : axe des abscisses

(AB) : axe des ordonnées

(AE) : axe des altitudes

2. Quelles sont les coordonnées des points B et H ?

B(0 ; 5 ; 0) et H(7 ; 0 ; 4)

3. Placer le point I, centre de la face CGHD. Quelles sont les coordonnées de I ?

I(7 ; 2,5 ; 2)

4. Construire le point J de coordonnées (3 ; 3 ; 4). Ce point appartient-il à la face FEHG ? Justifier.

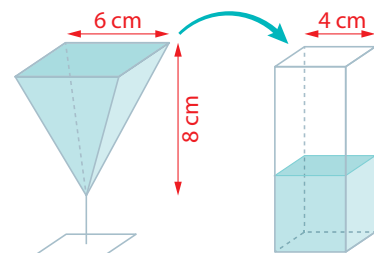
Le point J a une altitude de 4, et son abscisse et son ordonnée sont respectivement comprises entre 0 et 7 et entre 0 et 5.

Le point J appartient donc à la face FEHG.

35 Transvaser

Raisonner, Calculer

On remplit un récipient ayant la forme d'une pyramide à base carrée à ras bord, puis on verse son contenu dans un récipient ayant la forme d'un prisme droit à base carrée.



► À quelle hauteur arrive le liquide ?

$$\frac{1}{3} \times 6^2 \times 8 = 96 \text{ donc } \mathcal{V}_{\text{pyramide}} = 96 \text{ cm}^3$$

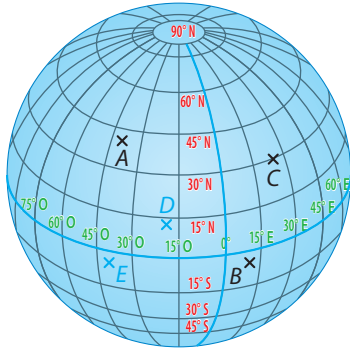
Pour une hauteur d'eau h en cm, le volume d'eau dans le pavé droit est $4^2 \times h = 16h$.

$$\text{Donc } 16h = 96, \text{ soit } h = \frac{96}{16} = 6$$

Le liquide arrive à une hauteur de 6 cm.

Problèmes

36 Tour de Terre Chercher, Représenter



- Sur la représentation précédente de la Terre, repasser en rouge l'équateur et en vert le méridien de Greenwich.
- Quelles sont les coordonnées géographiques des points A, B et C ?
A (40°N ; 40°O) B (5°S ; 10°E)
C (30°N ; 25°E)
- Placer la ville de Dakar dont les coordonnées sont D (14°N ; 18°O).
- Placer le point E qui a la même latitude que le point B et la même longitude que le point A.
- Quel est le point N de coordonnées (90°N ; 0°) ?
Ce point est le pôle Nord.

37 D'après DNB Polynésie 2019 Chercher, Raisonner, Calculer

La pyramide du Louvre à Paris est une pyramide à base carrée de côté 35,4 m et de hauteur 21,6 m. C'est une réduction de la pyramide de Khéops en Égypte, qui mesure environ 230,5 m de côté.



- Montrer que la hauteur de la pyramide de Khéops est d'environ 140,6 m.
On note h la hauteur en mètres de la pyramide de Khéops.
La pyramide du Louvre est une réduction de la pyramide de Khéops et le rapport de réduction est $\frac{35,4}{230,5} = \frac{21,6}{h}$.
Donc $h = \frac{230,5 \times 21,6}{35,4} \approx 140,6$.

- Calculer le volume en m^3 de la pyramide du Louvre. Arrondir à l'unité.

$$\frac{1}{3} \times 35,4^2 \times 21,6 \approx 9023$$

Le volume de la Pyramide du Louvre est d'environ 9023 m^3 .

- Par quel nombre faut-il multiplier le volume de la pyramide du Louvre pour obtenir celui de la pyramide de Khéops ? Arrondir à l'unité.

Le rapport d'agrandissement entre la pyramide du Louvre et celle de Khéops est $\frac{230,5}{35,4}$,

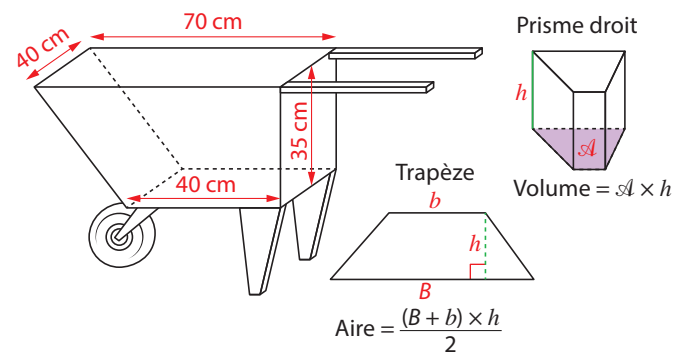
$$\text{donc } V_{\text{Khéops}} = \left(\frac{230,5}{35,4} \right)^3 \times V_{\text{Louvre}}$$

$$\left(\frac{230,5}{35,4} \right)^3 \approx 276$$

On doit multiplier le volume de la pyramide du Louvre par environ 276 pour obtenir celui de la pyramide de Khéops.

38 La brouette Modéliser, Calculer

Une brouette a la forme d'un prisme droit comme sur le schéma ci-dessous.



On transporte du sable avec cette brouette.

- Sachant que la masse volumique de ce sable est 1 500 kg/m^3 , calculer la masse en kg du contenu d'une brouette remplie de sable.

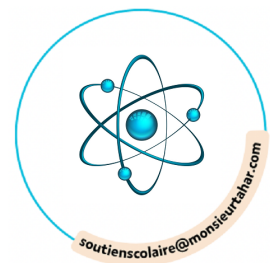
$$\text{Aire de la base} = \frac{(70 \text{ cm} + 40 \text{ cm}) \times 35 \text{ cm}}{2} = 1925 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volume du prisme} = 1925 \text{ cm}^2 \times 40 \text{ cm} = 77\,000 \text{ cm}^3$$

$$77\,000 \text{ cm}^3 = 77 \text{ dm}^3 = 0,077 \text{ m}^3$$

$$0,077 \text{ m}^3 \times 1\,500 \text{ kg/m}^3 = 115,5 \text{ kg}$$

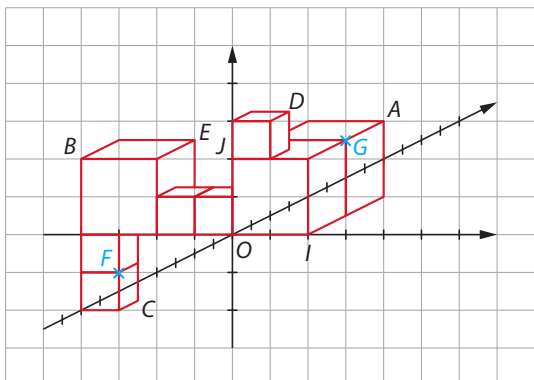
La brouette pleine contient 115,5 kg de sable.



39 Cubiques

Chercher, Représenter

La figure ci-dessous est constituée de cubes d'arête 1 cm ou 2 cm. Les points I et J ont respectivement pour coordonnées $(2; 0; 0)$ et $(0; 0; 2)$.



1. Déterminer les coordonnées de points A, B, C, D et E .

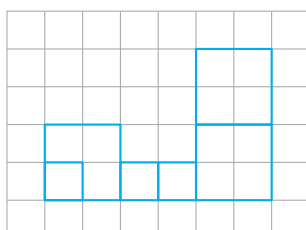
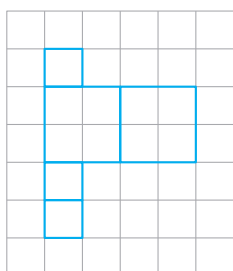
$A(2; 2; 2)$ $B(-2; 2; 2)$

$C(-2; 0; -2)$ $D(2; 2; 2)$

$E(0; 2; 2)$

2. Placer sur la figure les points $F(-3; 0; -1)$ et $G(2; 2; 2)$.

3. Représenter en vraie grandeur une vue de droite et une vue de dessous de la figure.



4. Calculer le volume de ce solide.

Ce solide est constitué de 5 cubes d'arête 1 cm et de 3 cubes d'arête 2 cm.

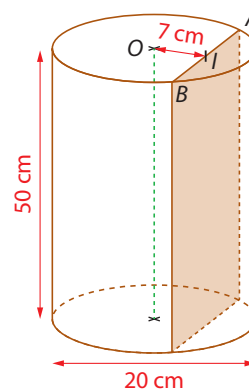
$5 \times 1^3 + 3 \times 2^3 = 5 + 24 = 29$ donc $V = 29 \text{ cm}^3$.

40 Scions du bois

Représenter, Calculer

Une buche de bois est assimilée à un cylindre de hauteur 50 cm et de base un disque de diamètre 20 cm.

On fend cette buche parallèlement à son axe à 7 cm de cet axe, comme illustré ci-dessous.



1. Quelle est la nature de la section obtenue ?

La section est un rectangle de longueur 50 cm.

2. En utilisant le triangle OAB , calculer une valeur approchée de AB .

Le triangle OAB est isocèle en O , la hauteur (OI) est donc aussi une médiatrice ; I est donc le milieu de $[AB]$.

On a $OA = 20 \text{ cm} \div 2 = 10 \text{ cm}$

Dans le triangle AOI rectangle en I , d'après le théorème de Pythagore, on a :

$AI^2 = AO^2 - OI^2 = 10^2 - 7^2 = 51$

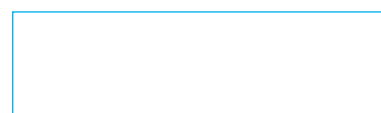
$AI = \sqrt{51} \text{ cm} \approx 7,15 \text{ cm}$

Donc $AB = 2 \times AI \approx 14,3 \text{ cm}$

3. Représenter à l'échelle $\frac{1}{10}$ la section obtenue.

Le rectangle à tracer a pour dimensions :

$50 \text{ cm} \div 10 = 5 \text{ cm}$ et $14,3 \text{ cm} \div 10 = 1,43 \text{ cm}$



41 Soft drink

Calculer, raisonner, communiquer

Le contenant du verre ci-contre est assimilé à un cône de hauteur 9 cm et de base un cercle de rayon 4 cm.



1. Calculer la valeur exacte du volume du verre.

Donner l'arrondi au mm³.

$$\frac{\pi \times 4^2 \times 9}{3} = 48\pi \text{ donc } V = 48\pi \text{ cm}^3 \approx 150,796 \text{ cm}^3$$

2. Samia remplit le verre avec un cocktail aux cinq sixièmes de sa hauteur. Calculer le volume de cocktail versé.

$$V' = \left(\frac{5}{6}\right)^3 \times V = \frac{125}{216} \times 48\pi \text{ cm}^3 = \frac{250\pi}{9} \text{ cm}^3$$

$$V' \approx 87,266 \text{ cm}^3$$

3. Combien de cerises assimilables à des boules de diamètre 1,5 cm pourrait-on ajouter au cocktail sans déborder ?

On admettra que ces cerises ne flottent pas.

$$\frac{4 \times \pi \times 0,75^3}{3} = 0,5625\pi$$

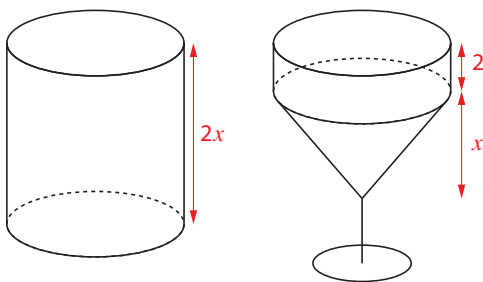
$$\text{donc } V_{\text{cerise}} = 0,5625\pi \text{ cm}^3 \approx 1,767 \text{ cm}^3$$

$$(150,796 - 87,266) \div 1,767 \approx 35,95$$

On pourrait donc ajouter 35 cerises avant débordement.

42 Volumes égaux

Calculer, Représenter



L'unité de longueur est le centimètre. x est un nombre positif inférieur ou égal à 4.

On a représenté deux récipients : l'un cylindrique dont l'aire de la base vaut 30 cm², l'autre constitué d'un cylindre et d'un cône dont la base a une aire de 30 cm².

1. Exprimer en fonction de x les volumes V_1 et V_2 en cm³ des deux récipients.

$$V_1 = 30 \times 2x = 60x$$

$$V_2 = 30 \times 2 + \frac{30 \times x}{3} = 60 + 10x$$

2. Quelle doit être la hauteur du premier récipient pour que les deux récipients aient le même volume ?

$$\text{On doit avoir } V_1 = V_2 \text{ soit } 60x = 60 + 10x$$

$$50x = 60, \text{ donc } x = 1,2.$$

$$2x = 2 \times 1,2 = 2,4$$

La hauteur du premier récipient doit être égale à

2,4 cm.

43 Boulets de canon

Modéliser, Raisonner, Calculer

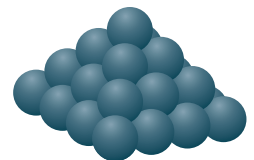
Pour ranger les boulets de canon, les soldats du XVI^e siècle les empilaient parfois en formant une pyramide à base carrée, comme le montrent les dessins suivants.



Empilement à 2 niveaux



Empilement à 3 niveaux



Empilement à 4 niveaux

Ces boulets sont en fonte et ont pour rayon 6 cm ; la masse volumique de cette fonte est de 7 300 kg/m³.

► À partir de combien de niveaux la masse de l'empilement dépasse-t-elle 100 kg ?

On peut modéliser chaque boulet par une boule de rayon 6 cm.

$$\frac{4}{3}\pi \times 6^3 \approx 905 \text{ donc } V \approx 905 \text{ cm}^3 \approx 0,000905 \text{ m}^3.$$

$$0,000905 \times 7.300 \text{ kg} = 6,6065 \text{ kg}$$

La masse d'un boulet est environ 6,606 5 kg.

• Empilement à deux niveaux : 5 boulets

$$\text{Masse} = 5 \times 6,6065 \text{ kg} \approx 33 \text{ kg}$$

• Empilement à trois niveaux : 14 boulets

$$\text{Masse} = 14 \times 6,6065 \text{ kg} \approx 92 \text{ kg}$$

• Empilement à quatre niveaux : 30 boulets

$$\text{Masse} = 30 \times 6,6065 \text{ kg} \approx 198 \text{ kg}$$

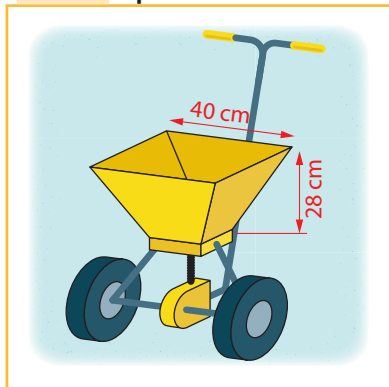
La masse de l'empilement dépasse 100 kg à partir de 4 niveaux.

Tâche complexe

44

Un épandeur de sel de déneigement peut être modélisé par un tronc de pyramide renversé (voir **Doc 2**).

Doc 1 Épandeur

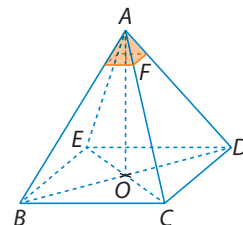


Doc 2 Tronc de pyramide

$ABCDE$ est une pyramide régulière de hauteur $AO = 35$ cm et dont la base est un carré de 40 cm de côté.

La **pyramide orange** s'obtient en coupant la pyramide $ABCDE$ par un plan parallèle à la base et passant par le point F du segment $[AC]$ tel que $AF = \frac{1}{10} AC$.

En enlevant la pyramide orange à la pyramide $ABCDE$, on obtient le **tronc de pyramide bleu**.



► Quel volume de sel peut-on espérer épandre au maximum si on utilise toute la quantité de sel placée dans l'épandeur ? Exprimer ce résultat en litres et arrondir au décilitre.

Volume de la pyramide $ABCDE$: $\frac{40^2 \times 35}{3} \approx 18667$ donc $V_{ABCDE} \approx 18667 \text{ cm}^3$.

La pyramide orange est une réduction de la pyramide $ABCDE$ de rapport $\frac{1}{5}$ donc :

$V_{orange} = \left(\frac{1}{5}\right)^3 \times V_{ABCDE} \approx \frac{1}{125} \times 18667 \text{ cm}^3 \approx 149 \text{ cm}^3$.

Donc le volume du tronc de pyramide est $V \approx 18667 \text{ cm}^3 - 149 \text{ cm}^3 \approx 18518 \text{ cm}^3 \approx 18,518 \text{ L}$.

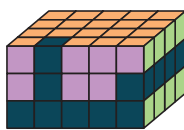
On peut espérer épandre environ 18,5 litres de sel.



Le jeu

Les cubes manquants

On dispose d'un pavé droit composé de 60 petits cubes identiques qu'on peut retirer individuellement (les autres cubes restant à leur place). Par exemple, si on enlève une ligne de 5 cubes, une ligne de 4 cubes et une colonne de 3 cubes, on obtient un solide de 49 cubes ($60 - 11$).



Le jeu se joue à trois : chacun choisit un défi et essaie d'obtenir le solide demandé en partant du pavé entier et en enlevant uniquement des lignes ou des colonnes de cubes. Le premier qui réussit a gagné.

Défi 1 Obtenir un solide de 51 cubes

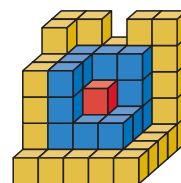
Défi 2 Obtenir un solide de 44 cubes

Défi 3 Obtenir un solide de 45 cubes

Le défi

La masse du cube

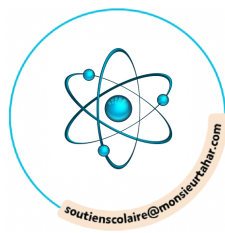
On utilise des petits cubes de même dimension : les rouges pèsent 5 g chacun, les bleus 8 g et les jaunes 12 g.



On place un petit cube rouge au centre, puis on l'entoure de petits cubes bleus afin de créer un nouveau cube. On entoure ensuite ce nouveau cube de petits cubes jaunes afin d'obtenir un grand cube. Quelle est la masse de cette construction ? (d'après *Mathématiques sans frontières*)

$5 \text{ g} + 26 \times 8 \text{ g} + 98 \times 12 \text{ g} = 1389 \text{ g}$

Problèmes de brevet



1 QCM (2019, 2020, divers sujets)

Calculer, Représenter

Pour chaque question, entourer la seule réponse exacte.

1. Quelle est la médiane de la série :

$$10 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 14 \cdot 25 \cdot 12 \cdot 22 ?$$

- a. 12 b. 13 c. 14

2. La moyenne de la série précédente est :

- a. 12 b. 13 c. 14

3. Le volume d'une boule de rayon R est :

- a. $2\pi R$ b. πR^2 c. $\frac{4}{3}\pi R^3$

4. Lorsque $x = -4$, $x^2 + 3x + 4$ est égal à :

- a. 8 b. 0 c. -24

5. $(x - 2)(x + 2) = \dots$

- a. $x^2 + 4$ b. $x^2 - 4$ c. $2x$

6. Une ville située sur l'équateur peut avoir pour coordonnées :

- a. (45°N, 45°E) b. (78°N, 0°E) c. (0°N, 78°O)

7. Une homothétie de centre A et de rapport -2 multiplie les longueurs par :

- a. 0 b. 2 c. -2

2 Ça marche ! (2019, Centres étrangers)

Calculer, Modéliser

Dans la vitrine d'un magasin sont présentés au total 45 modèles de chaussures. Certaines sont conçues pour la ville, d'autres pour le sport et elles sont de trois couleurs différentes : noires, blanches ou marron.

1. Compléter le tableau suivant.

Modèle	Ville	Sport	Total
Noir	15	5	20
Blanc	7	10	17
Marron	5	3	8
Total	27	18	45

2. On choisit un modèle de chaussures au hasard. Quelle est la probabilité de choisir :

a. un modèle de couleur noire ? $p_1 = \frac{20}{45} = \frac{4}{9}$

b. un modèle pour le sport ? $p_2 = \frac{18}{45} = \frac{2}{5}$

c. un modèle pour la ville de couleur marron ?

$$p_3 = \frac{5}{45} = \frac{1}{9}$$

3 Transfert (2018, Centres étrangers)

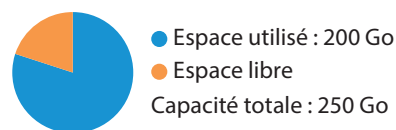
Calculer, Raisonner, Communiquer

En informatique, on utilise comme unités de mesure les multiples de l'octet : 1 ko = 10^3 octets, 1 Mo = 10^6 octets, 1 Go = 10^9 octets.

Doc 1 Contenu d'un disque externe

- 1 000 photos de 900 ko chacune
- 65 vidéos de 700 Mo chacune

Doc 2 Capacité du disque de l'ordinateur



► Est-il possible de transférer la totalité du contenu de ce disque externe vers celui de l'ordinateur ? Justifier.

Photos : $1\,000 \times 900 \text{ ko} = 900\,000 \text{ ko} = 0,9 \text{ Go}$.

Vidéos : $65 \times 700 \text{ Mo} = 45\,500 \text{ Mo} = 45,5 \text{ Go}$.

Contenu du disque externe :

$0,9 \text{ Go} + 45,5 \text{ Go} = 46,4 \text{ Go}$.

Espace libre du disque de l'ordinateur :

$250 \text{ Go} - 200 \text{ Go} = 50 \text{ Go}$

Le transfert est donc possible.

4 Ça gèle (2018, Asie)

Modéliser, Représenter, Calculer

Lorsque l'eau gèle, le volume de glace obtenu est proportionnel au volume d'eau initial.

1,5 L d'eau donne 1,62 L de glace.

1. Montrer qu'en faisant geler 1 L d'eau, on obtient 1,08 L de glace.

1,5 L d'eau donne 1,62 L de glace, donc 1 L d'eau

donne $1,62 \div 1,5 = 1,08 \text{ L de glace}$.

2. Pour compléter le tableau ci-dessous à l'aide d'un tableur, quelle formule peut-on saisir dans la cellule B2 avant de la recopier vers la droite jusqu'en G2 ?

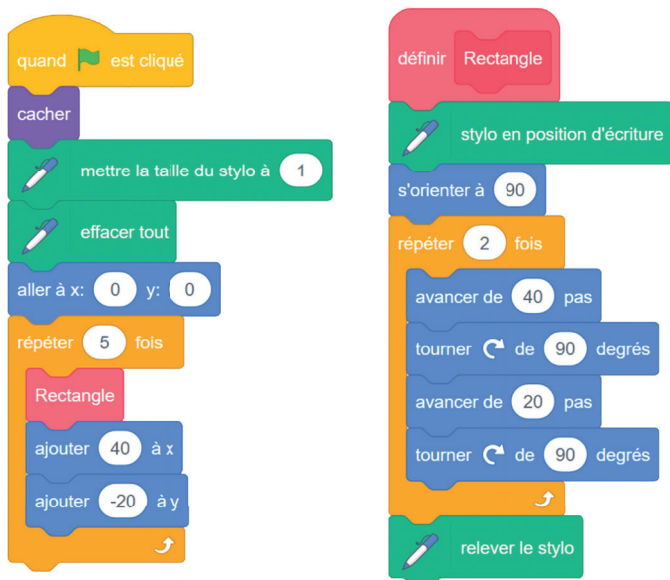
	A	B	C	D	E	F	G
1	Volume d'eau initial (en L)	0,5	1	1,5	2	2,5	3
2	Volume de glace obtenu (en L)						

=B1*1,08

5 Frises (2020, Polynésie)

Chercher, Représenter, Raisonner

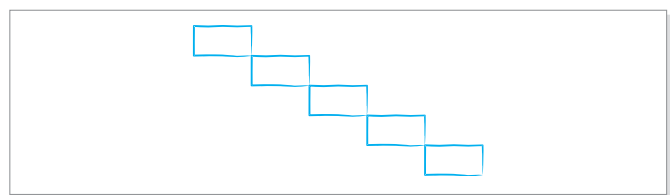
On souhaite réaliser une frise composée de rectangles. Pour cela, on a écrit le programme ci-dessous.



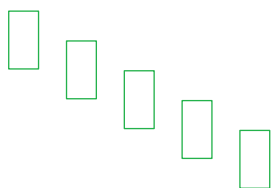
L'instruction « s'orienter à 90 » consiste à s'orienter horizontalement vers la droite.

1. Quelles sont les coordonnées du point de départ du tracé ? (0 ; 0)

2. Représenter à main levée ce que dessine le lutin lorsque le drapeau vert est cliqué.



3. Sans modifier le script principal, on a obtenu la figure ci-dessous composée de rectangles de longueur 40 pixels et de largeur 20 pixels. Proposer une modification du bloc « rectangle » permettant d'obtenir cette figure.



Il suffit d'échanger les deux valeurs 40 et 20 dans le bloc « Rectangle ».

6 Des étiquettes (2020, Nouvelle Calédonie)

Représenter, Raisonner, Communiquer

1. a. Décomposer 85 en produit de facteurs premiers.

$$85 = 5 \times 17$$

b. 102 est-il divisible par 3 ?

$$1 + 0 + 2 = 3 \text{ donc } 102 \text{ est divisible par } 3.$$

c. Décomposer 102 en produit de facteurs premiers.

$$102 = 3 \times 34 = 3 \times 2 \times 17$$

d. En déduire un diviseur commun de 102 et de 85, différent de 1.

$$102 = 6 \times 17 \text{ et } 85 = 5 \times 17 \text{ donc } 17 \text{ est un diviseur commun de } 102 \text{ et de } 85.$$

2. Un libraire dispose d'une feuille cartonnée de 85 cm sur 102 cm. Il souhaite découper dans celle-ci, en utilisant toute la feuille, des étiquettes carrées identiques.

a. Les étiquettes peuvent-elles avoir 6 cm de côté ? Justifier.

6 n'est pas un diviseur de 85, donc il ne peut pas découper des carrés de 6 cm de côté en utilisant toute la feuille.

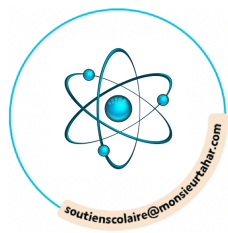
b. Justifier que le libraire peut découper des étiquettes de 17 cm de côté.

17 est un diviseur de 102 et 85 donc on peut découper des carrés de 17 cm de côté dans la feuille en utilisant toute la feuille.

c. Combien d'étiquettes pourra-t-il découper dans ce cas ?

$$102 = 6 \times 17 \text{ et } 85 = 5 \times 17 \text{ donc on peut mettre } 5 \text{ étiquettes en largeur et } 6 \text{ en longueur.}$$

$$5 \times 6 = 30. \text{ Il y aura } 30 \text{ étiquettes.}$$

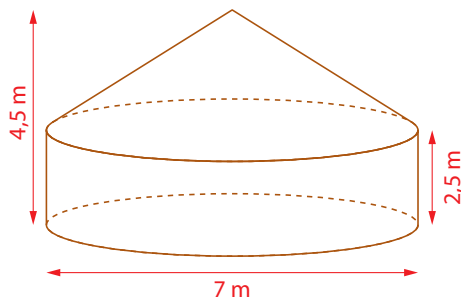


7 La yourte (2018, Asie)

Représenter, Calculer

Samia vit dans un appartement dont la surface au sol est de 35 m^2 .

Elle le compare avec une yourte, l'habitat traditionnel mongol. On modélise cette yourte par un cylindre et un cône.



1. Montrer que l'appartement de Samia offre une plus petite surface au sol que celle de la yourte.

$\pi \times 3,5^2 \approx 38,48$ donc $S_{\text{yourte}} = 38,48 \text{ m}^2$ soit plus de 35 m^2 .

2. Calculer le volume de la yourte en m^3 .

On ajoute les volumes du cylindre et du cône.

$$\pi \times 3,5^2 \times 2,5 + \frac{\pi \times 3,5^2 \times 2}{3} \approx 122$$

La yourte a un volume d'environ 122 m^3 .

3. Samia réalise une maquette de cette yourte à l'échelle $\frac{1}{25}$.

Quelle est le volume de la maquette en cm^3 ?

$$122 \text{ m}^3 = 122\,000\,000 \text{ cm}^3.$$

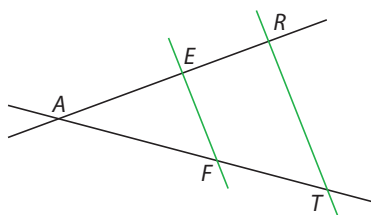
Les volumes sont divisés par 25^3 .

Le volume de la maquette sera environ :

$$122\,000\,000 \text{ cm}^3 \div 25^3 = 7\,808 \text{ cm}^3.$$

8 En géométrie (2019, Amérique du Nord)

Calculer, Raisonner, Communiquer



• Les droites (ER) et (FT) sont sécantes en A.

• $AE = 8 \text{ cm}$, $AF = 10 \text{ cm}$, $EF = 6 \text{ cm}$

• $AR = 12 \text{ cm}$, $AT = 14 \text{ cm}$

1. Démontrer que AEF est rectangle en E.

$$\text{On a } AE^2 + EF^2 = 8^2 + 6^2 = 100$$

$$\text{et } AF^2 = 10^2 = 100.$$

$AE^2 + EF^2 = AF^2$, donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle AEF est rectangle en E.

2. En déduire une mesure de l'angle $\widehat{EAF}$ au degré près.

$$\text{Dans } AEF \text{ rectangle en E, } \cos \widehat{EAF} = \frac{AE}{AF} = \frac{8}{10}.$$

On en déduit que $\widehat{EAF} \approx 37^\circ$.

3. Les droites (EF) et (RT) sont-elles parallèles ?

$\frac{AE}{AR} = \frac{8}{12}$ et $\frac{AF}{AT} = \frac{10}{14}$; or $8 \times 14 \neq 12 \times 10$ donc les droites (EF) et (RT) ne sont pas parallèles.

9 Programme de calcul (2020, Métropole)

Calculer, Raisonner

On considère le programme de calcul suivant.

- ▶ Choisir un nombre.
- ▶ Ajouter 7 à ce nombre.
- ▶ Soustraire 7 au nombre choisi au départ.
- ▶ Multiplier les deux résultats précédents.
- ▶ Ajouter 50.

1. Quel résultat obtient-on avec ce programme si le nombre choisi au départ est -10 ?

$$-10 + 7 = -3 ; -10 - 7 = -17$$

$$\text{On obtient } (-3) \times (-17) + 50 = 51 + 50 = 101.$$

2. Si x désigne le nombre choisi au départ, montrer que le résultat du programme de calcul est $x^2 + 1$.

$$(x+7)(x-7) + 50 = x^2 - 49 + 50 = x^2 + 1$$

3. Quel(s) nombre(s) doit-on choisir au départ du programme de calcul pour obtenir 17 comme résultat ?

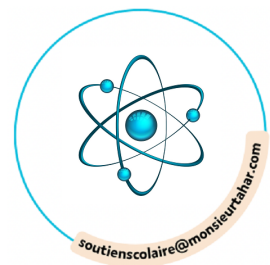
$$\text{On cherche } x \text{ tel que } x^2 + 1 = 17,$$

$$\text{soit } x^2 = 16 \text{ ou } x^2 - 16 = 0.$$

$$\text{Donc } (x+4)(x-4) = 0.$$

$$\text{On a donc } x+4 = 0 \text{ ou } x-4 = 0.$$

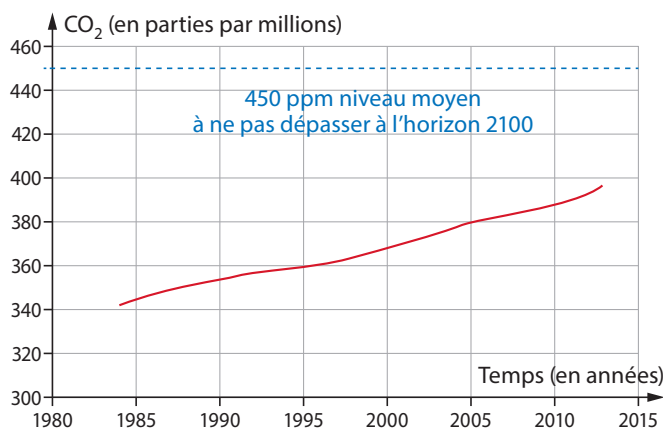
Il y a deux solutions : -4 et 4 .



10 Réchauffement climatique (2019, Métropole)

Modéliser, Calculer, Communiquer

Les activités humaines produisent du dioxyde de carbone (CO_2) qui contribue au réchauffement climatique. Le graphique suivant représente l'évolution de la concentration atmosphérique moyenne en CO_2 (en ppm) en fonction du temps (en année).



1. Déterminer graphiquement la concentration de CO_2 en ppm :

a. en 1995 : **360 ppm**

b. en 2005 : **380 ppm**

2. a. Expliquer pourquoi une fonction affine semble appropriée pour modéliser approximativement l'évolution de la concentration de CO_2 entre 1995 et 2005.

Les points de la courbe sont à peu près alignés entre 1995 et 2005 : le modèle affine semble donc adapté.

b. Soit f la fonction définie par $f(x) = 2x - 3\,630$.

Vérifier que, si x désigne l'année, cette fonction permet de retrouver les concentrations de CO_2 en 1995 et 2005.

$$f(1995) = 2 \times 1\,995 - 3\,630 = 360$$

$$f(2005) = 2 \times 2\,005 - 3\,630 = 380$$

3. En utilisant la fonction f , déterminer l'année à laquelle la valeur de 450 ppm est atteinte.

$$2x - 3\,630 = 450$$

$$2x = 4\,080$$

$$x = 2\,040$$

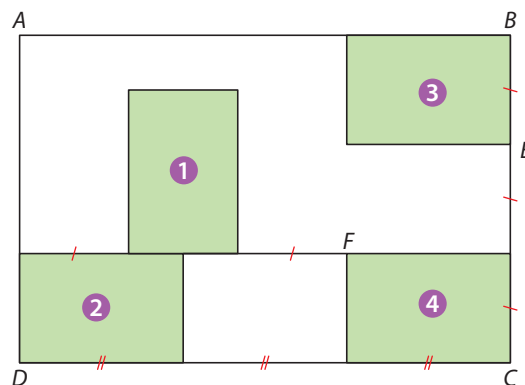
On peut estimer que la valeur de 450 ppm sera atteinte en 2040.

11 Rectangles (2019, Métropole)

Représenter, Calculer, Raisonner

On a représenté ci-dessous quatre rectangles identiques à l'intérieur d'un grand rectangle $ABCD$ d'aire égale à $1,215 \text{ m}^2$.

Le ratio *longueur* : *largeur* est égal à 3 : 2 pour chacun des cinq rectangles.



1. Compléter les phrases suivantes.

a. Le rectangle ③ est l'image du rectangle ④ par la translation qui transforme C en E.

b. Le rectangle ③ est l'image du rectangle ① par la rotation de centre F et d'angle 90° dans le sens horaire.

c. Le rectangle $ABCD$ est l'image du rectangle ② par l'homothétie de centre D et de rapport 3 (il y a plusieurs réponses possibles).

2. Quelles sont la longueur et la largeur du rectangle $ABCD$?

Soient ℓ et L les dimensions de $ABCD$.

Le ratio *longueur* : *largeur* étant égal à 3 : 2,

$$\text{on a } \frac{L}{\ell} = \frac{3}{2}, \text{ soit } L = 1,5\ell.$$

$$\text{On a donc } \ell \times 1,5\ell = 1,215$$

$$\text{soit } 1,5\ell^2 = 1,215 ; \ell^2 = 0,81 ;$$

$$\text{d'où } \ell = 0,9.$$

$$\text{Alors } L = 1,5 \times 0,9 = 1,35.$$

Le rectangle $ABCD$ a pour dimensions 0,9 m et 1,35 m.