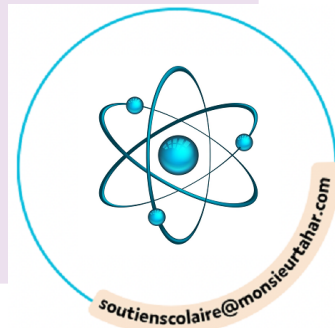




1

Calculer avec des nombres relatifs

► Pour soustraire un nombre relatif, on **ajoute** son **opposé**.

$$\bullet 5,6 - (-3,2) = 5,6 + 3,2 = 8,8$$

$$-3,4 - (-2,1) = -3,4 + 2,1 = -1,3$$

1 Calculer les expressions suivantes.

$$A = 21 - (-3,5) = 21 + 3,5 = 24,5$$

$$B = 17 + (-5) - (-2,1) = 17 - 5 + 2,1 = 14,1$$

$$C = -2 + 9 - 4 - (-4) + (-7) - 12 + 7$$

$$C = -2 + 9 - 4 + 4 - 7 - 12 + 7$$

$$C = -5$$

$$D = 12 - (5,5 - 18 + 7,5) + 3,2 - (14,2 - 8)$$

$$D = 12 - (-5) + 3,2 - 6,2$$

$$D = 12 + 5 + 3,2 - 6,2$$

$$D = 14$$

► Le **produit** (ou **quotient**) de deux nombres de **même signe** est **positif**. Si les nombres sont de **signes contraires**, il est **négatif**.

$$\bullet (-5) \times (-2,1) = 10,5$$

$$(-3,5) \times 7,2 = -25,2$$

2 Calculer les expressions suivantes.

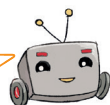
$$A = -3 \times (-4,2) = 12,6 \quad B = 7 \div (-2) = -3,5$$

$$C = -0,4 \times 100 = -40 \quad D = -0,5 \times (-12) = 6$$

$$E = \frac{-35}{-5} = 7 \quad F = \frac{420}{-7} = -60$$

3 Calculer les expressions suivantes.

Attention
aux priorités !



$$A = 5 - 3 \times (-5) = 5 - (-15) = 5 + 15 = 20$$

$$B = 3 - 25 \div (-10) - 7,2 = 3 - (-2,5) - 7,2$$

$$= 3 + 2,5 - 7,2 = -1,7$$

4 Sachant que $2 \times 5 \times 7 \times 3,5 \times 1,1 = 269,5$, calculer les produit suivants.

$$a. 2 \times (-5) \times 7 \times (-3,5) \times 1,1 = 269,5$$

$$b. (-2) \times (-5) \times 7 \times 3,5 \times (-1,1) = -269,5$$

$$c. 20 \times 0,5 \times (-7) \times 35 \times 1,1 = -2\,695$$

► Soient a et b deux nombres ($b \neq 0$).

$$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

5 Entourer les nombres égaux à $\frac{3}{5}$.

$$\frac{-3}{5} ; 0,6 ; \frac{-3}{-5} ; -\frac{3}{5} ; -0,6 ; \frac{3}{-5} ; \frac{30}{5}$$

6 Quel nombre faut-il diviser par :

$$a. -5 \text{ pour obtenir } 4 ? -20$$

$$b. -4 \text{ pour obtenir } -1 ? 4$$

7 Traduire chaque phrase par une expression algébrique, puis la calculer.

a. Le double de la somme de -4 et de -2 .

$$2 \times (-4 + (-2)) = 2 \times (-6) = -12$$

b. Le quotient de la somme de -7 et 4 par le produit de 2 et -5 .

$$(-7 + 4) \div (2 \times (-5)) = -3 \div (-10) = 0,3$$

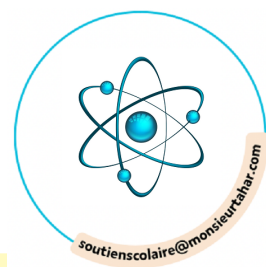
8 **MODE EXPERT** Voici un programme de calcul.

Choisir un nombre
Retrancher 4
Multiplier par -5
Ajouter -3

1. Compléter ce programme sachant que l'on obtient 2 en ayant choisi initialement 3.

2. Déterminer mentalement le nombre à choisir pour obtenir 2.

$$\text{Il faut choisir } [2 - (-3)] \div (-5) + 4 = 3.$$



► Si $n \geq 2$: $a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$ et $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

On convient que $a^1 = a$ et $a^0 = 1$.

9 Calculer mentalement.

$$7^2 = 49 \quad 5^3 = 125 \quad (-2)^3 = -8$$

$$2^{-1} = 0,5 \quad 5^{-2} = 0,04 \quad (-8)^2 = 64$$

10 Calculer.

$$A = -5^2 - 3 \times 2^0 = -25 - 3 \times 1 = -28$$

$$B = (-5)^2 + (2,5 \times 4)^{-2} = 25 + 10^{-2} = 25 + 0,01 = 25,01$$

$$C = 2^{-4} - 5^{-2} = \frac{1}{2^4} - \frac{1}{5^2} = 0,0625 - 0,04 = 0,0225$$

11 MODE EXPERT Écrire sous la forme d'une seule puissance.

a. $7^2 \times 7 \times 7^3 = 7^6$

b. $(-3)^{11} \times (-3)^4 = (-3)^{15}$

c. $6^{-3} \times 6^{-2} = 6^{-5}$

► $10^n = \underbrace{100\dots0}_{n \text{ zéros}}$ et $10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0,0\dots01}_{n \text{ zéros}}$

12 Donner l'écriture décimale des nombres suivants.

$$10^2 = 100 \quad 10^5 = 100\,000 \quad 10^0 = 1$$

$$10^{-1} = 0,1 \quad 10^{-7} = 0,000\,000\,1$$

13 Relier chaque calcul à son résultat.

$1,5 \times 10^2 - 4^1$	●	144,007
$7 \times 10^{-3} + (3 \times 4)^2$	●	5,96
$(6 - 7)^{-5} \times 10^4$	●	-10 000
$6 - 4 \times 10^{-2}$	●	146

14 Compléter les égalités avec un exposant positif ou négatif.

$$10^7 \times 10^2 = 10^9 \quad \frac{10^{12}}{10^5} = 10^7$$

$$10^5 \times 10^{-5} = 1 \quad \frac{10^5}{10^7} = 10^{-2}$$

$$(10^4)^{-2} = 10^8 \quad (10^{-2})^5 = 10^{-10}$$

► Pour faciliter la lecture de certaines grandeurs, on peut utiliser des **préfixes multiplicateurs** avec les unités.

Giga (G) : 10^9 **Méga** (M) : 10^6 **Kilo** (k) : 10^3
Milli (m) : 10^{-3} **Micro** (μ) : 10^{-6} **Nano** (n) : 10^{-9}

15 Compléter ces grandeurs avec la bonne unité.

a. 7 200 m = 7,2 km

b. 0,004 A = 4 mA

c. 0,000 000 072 g = 72 ng

d. 6 340 000 000 o = 6,34 Go

16 MODE EXPERT On compte en France environ 2 millions de couples d'hirondelles. Chaque hirondelle mange environ 3 000 moustiques par jour. Avec des puissances de 10, estimer le nombre de moustiques mangés chaque année par les hirondelles en France.

$$2 \times 2 \times 10^6 \times 3 \times 10^3 \times 365 = 4\,380 \times 10^9$$

Environ 4 380 milliards de moustiques sont mangés par les hirondelles en un an.

► La **notation scientifique** (ou écriture scientifique) d'un nombre décimal positif est l'écriture de ce nombre sous la forme $a \times 10^n$, où :

- a est un nombre décimal avec $1 \leq a < 10$;
- n est un entier relatif.

17 Donner la notation scientifique des nombres suivants.

a. 653 200 = $6,532 \times 10^5$

b. 0,000 032 = $3,2 \times 10^{-5}$

c. 0,000 000 000 005 = 5×10^{-12}

d. 6 540 000 = $6,54 \times 10^6$

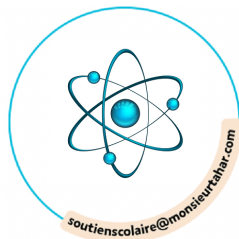
18 MODE EXPERT Sans calculatrice, donner la notation scientifique des résultats des calculs suivants.

a. $2,2 \times 10^3 \times 4 \times 10^5 = 8,8 \times 10^8$

b. $5 \times 10^4 \times 8 \times 10^5 = 4 \times 10^{10}$

c. $125 \times 10^{-7} \times 3 \times 10^{-2} = 3,75 \times 10^{-7}$

Déterminer la forme irréductible d'une fraction



► Un **quotient** ne change pas si on multiplie (ou si on divise) son numérateur et son dénominateur par le même nombre.

$$\bullet \frac{3}{7} = \frac{3 \times 5}{7 \times 5} = \frac{15}{35} \qquad \frac{21}{33} = \frac{21 \div 3}{33 \div 3} = \frac{7}{11}$$

19 Compléter les égalités suivantes.

$$\frac{5}{9} = \frac{10}{18} \qquad \frac{3}{4} = \frac{15}{20} \qquad \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{-5}{11} = \frac{-40}{88} \qquad \frac{26}{-4} = \frac{-13}{2} \qquad \frac{21}{24} = \frac{7}{8}$$

20 Entourer en rouge les fractions égales à $-\frac{2}{3}$ et en bleu celles égales à $\frac{2}{7}$.

$$\left(\frac{4}{14}\right) \quad \frac{16}{55} \quad \left(\frac{-24}{36}\right) \quad \left(\frac{18}{63}\right) \quad \left(\frac{-22}{-77}\right) \quad \left(\frac{-8}{12}\right) \quad \left(\frac{10}{-15}\right) \quad \left(\frac{-20}{30}\right)$$

► Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, alors $ad = bc$.

Réciproquement, si $ad = bc$ alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

21 Les deux fractions sont-elles égales ? Justifier.

a. $\frac{28}{32}$ et $\frac{42}{48}$ $28 \times 48 = 32 \times 42$, donc $\frac{28}{32} = \frac{42}{48}$.

b. $\frac{254}{59}$ et $\frac{663}{15}$ $254 \times 15 \neq 59 \times 663$, donc $\frac{254}{59} \neq \frac{663}{15}$.

► Un nombre qui peut s'écrire sous forme de fraction s'appelle un **nombre rationnel**.

• $\frac{5}{7}$; 2,8 (car $2,8 = \frac{28}{10}$); -2 (car $-2 = \frac{-2}{1}$).

22 Entourer les nombres rationnels.

$$\left(\frac{5}{7}\right) \quad (14) \quad (-2,31) \quad \left(\frac{-15}{4}\right) \quad \left(\frac{1}{3}\right) \quad \pi \quad (5,9) \quad \sqrt{12}$$

23 **MODE EXPERT** Ranger les nombres proposés dans la ou les bonnes colonnes.

$$\frac{7}{5}; -6; \sqrt{32}; 2,28; \frac{-11}{3}; 92; 3\pi; \frac{23}{8}; \frac{28}{9}; \frac{3\pi}{2\pi}$$

Nombres entiers	Nombres décimaux	Nombres rationnels	Nombres non rationnels
-6; 92	-6; 92	-6; 92	$3\pi; \sqrt{32}$
	$\frac{7}{5}; 2,28$	$\frac{7}{5}; 2,28$	
	$\frac{23}{8}; \frac{3\pi}{2\pi}$	$\frac{-11}{3}; \frac{23}{8}$	
		$\frac{23}{9}; \frac{3\pi}{2\pi}$	

► Une fraction $\frac{a}{b}$ est **irréductible** si 1 est le seul diviseur commun positif à a et b .

• $\frac{12}{5}$ et $\frac{-3}{7}$ sont irréductibles, mais pas $\frac{10}{14}$.

24 1. Prouver, sans faire de calculs, que $\frac{522}{171}$ n'est pas une fraction irréductible.

$5 + 2 + 2 = 9$ et $1 + 7 + 1 = 9$, donc 522 et 171

sont divisibles par 9. La fraction n'est donc pas irréductible.

2. Rendre cette fraction irréductible.

$$\frac{522}{171} = \frac{522 \div 9}{171 \div 9} = \frac{58}{19}$$

25 Entourer les fractions irréductibles.

$$\frac{25}{60} \quad \left(\frac{12}{11}\right) \quad \left(\frac{-5}{21}\right) \quad \frac{27}{18} \quad \left(\frac{-2}{3}\right) \quad \frac{612}{501} \quad \left(\frac{1}{63}\right)$$

26 Donner la forme irréductible des fractions.

a. $\frac{24}{27} = \frac{24 \div 3}{27 \div 3} = \frac{8}{9}$

b. $\frac{-215}{45} = \frac{-215 \div 5}{45 \div 5} = \frac{-43}{9}$

c. $\frac{207}{216} = \frac{207 \div 9}{216 \div 9} = \frac{23}{24}$

d. $-\frac{390}{165} = -\frac{390 \div 15}{165 \div 15} = -\frac{26}{11}$

27 Quel(s) chiffre(s) peut-on écrire à la place de l'étoile verte pour que la fraction $\frac{72}{2*}$ soit irréductible ?

Les possibilités sont $\frac{72}{23}, \frac{72}{25}, \frac{72}{29}$

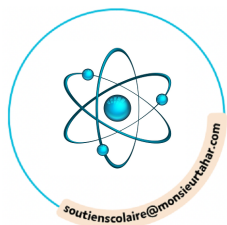
28 **MODE EXPERT** Décomposer le numérateur et le dénominateur en produits de facteurs premiers pour obtenir une fraction irréductible.

a. $\frac{60}{450} = \frac{2^2 \times 3 \times 5}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{2}{15}$

b. $\frac{2475}{3375} = \frac{3^2 \times 5^2 \times 11}{3^3 \times 5^3} = \frac{11}{15}$

c. $\frac{-168}{14} = \frac{-2^3 \times 3 \times 7}{2 \times 7} = -12$

d. $\frac{931}{3773} = \frac{7^2 \times 19}{7^3 \times 11} = \frac{19}{77}$



► Pour **ajouter ou soustraire des fractions**, on les écrit d'abord avec le **même dénominateur**, puis on ajoute ou soustrait les numérateurs.

$$\bullet \frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

29 Calculer (sous forme irréductible).

$$A = \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{8}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$$

$$B = \frac{5}{7} + \frac{1}{14} = \frac{10}{14} + \frac{1}{14} = \frac{11}{14}$$

$$C = -\frac{3}{5} - \frac{2}{15} + \frac{1}{3} = -\frac{9}{15} - \frac{2}{15} + \frac{5}{15} = \frac{-6}{15} = -\frac{2}{5}$$

► Pour **multiplier des fractions**, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$.

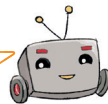
30 Calculer (sous forme irréductible).

$$A = \frac{3}{4} \times \frac{(-5)}{2} = \frac{3 \times (-5)}{4 \times 2} = \frac{-15}{8}$$

$$B = -\frac{12}{5} \times \frac{-10}{3} = \frac{-12 \times (-10)}{5 \times 3} = \frac{3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5}{5 \times 3} = 8$$

$$C = \frac{10}{3} \times \frac{12}{35} \times 3 = \frac{2 \times 5 \times 3 \times 2 \times 2 \times 3}{3 \times 5 \times 7} = \frac{24}{7}$$

Pour simplifier une fraction, décompose chaque nombre en produit de facteurs premiers.



31 Axel mange $\frac{2}{7}$ de la pizza, Ali mange $\frac{1}{5}$ du reste.

Quelle fraction de la pizza reste-t-il pour Léa ?

$$\text{Part mangée par Ali : } \frac{1}{5} \times \left(1 - \frac{2}{7}\right) = \frac{1}{5} \times \frac{5}{7} = \frac{1}{7}$$

$$\text{Part restant pour Léa : } 1 - \left(\frac{2}{7} + \frac{1}{7}\right) = \frac{7}{7} - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$$

Il reste $\frac{4}{7}$ de la pizza pour Léa.

► L'**inverse** de la fraction $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$.

32 Écrire l'inverse de chacun des nombres.

$$\bullet \frac{3}{4} \quad \frac{4}{3} \quad \bullet -\frac{11}{7} \quad \frac{7}{-11} \text{ (ou } \frac{-7}{11})$$

$$\bullet -\frac{3}{2} \quad -\frac{2}{3} \quad \bullet \frac{254}{13} \quad \frac{13}{254}$$

$$\bullet 12 \quad \frac{1}{12} \quad \bullet -5 \quad -\frac{1}{5}$$

► **Diviser un nombre** par $\frac{c}{d}$ revient à le **multiplier** par son **inverse** $\frac{d}{c}$.

$$\bullet \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

33 Calculer (sous forme irréductible).

$$A = \frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{8}$$

$$B = \frac{-2}{7} \div \frac{3}{14} = \frac{-2}{7} \times \frac{14}{3} = \frac{-2 \times 2 \times 7}{7 \times 3} = \frac{-4}{3}$$

$$C = \frac{20}{9} \div 8 = \frac{20}{9} \times \frac{1}{8} = \frac{4 \times 5}{9 \times 4 \times 2} = \frac{5}{18}$$

34 Calculer et donner le résultat sous forme irréductible.

$$A = \frac{-2}{7} + \frac{9}{7} \times \frac{5}{3} - 2$$

$$A = \frac{-2}{7} + \frac{3 \times 3 \times 5}{7 \times 3} - 2$$

$$A = \frac{-2}{7} + \frac{15}{7} - \frac{14}{7} = -\frac{1}{7}$$

$$B = \frac{3}{5} \div \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{5}\right)$$

$$B = \frac{3}{5} \div \left(\frac{10}{15} - \frac{3}{15}\right)$$

$$B = \frac{3}{5} \div \frac{7}{15}$$

$$B = \frac{3}{5} \times \frac{15}{7} = \frac{3 \times 3 \times 5}{5 \times 7} = \frac{9}{7}$$

35 Combien de pas de $\frac{2}{3}$ m chacun faut-il faire pour parcourir 12 m ?

$$12 \div \frac{2}{3} = 12 \times \frac{3}{2} = 18. \text{ Il faut faire 18 pas.}$$

36 Ben héritera des $\frac{2}{13}$ de la fortune de ses parents et ses trois sœurs se partageront équitablement le reste. Quelle fraction de cette fortune obtiendra chaque sœur ?

$$\left(1 - \frac{2}{13}\right) \div 3 = \left(\frac{13}{13} - \frac{2}{13}\right) \times \frac{1}{3} = \frac{11}{13} \times \frac{1}{3} = \frac{11}{39}$$

Chacune des sœurs aura $\frac{11}{39}$ de l'héritage.

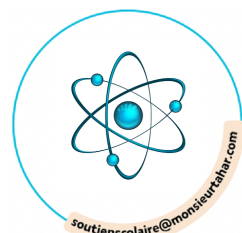
37 **MODE EXPERT** Marion affirme : « Le quotient d'un quart par deux septièmes, c'est l'inverse de huit septièmes. » Marion a-t-elle raison ?

$$\frac{1}{4} \div \frac{2}{7} = \frac{1}{4} \times \frac{7}{2} = \frac{7}{8}, \text{ qui est bien l'inverse de } \frac{8}{7}.$$

Marion a raison.



Utiliser une proportion



► Une **proportion** est un **rapport entre deux grandeurs**. On peut l'exprimer sous forme de fraction, de pourcentage ou de nombre décimal.

38 Quelle est la proportion des cartes noires dans cette main ?

- a. En fraction : $\frac{3}{5}$
- b. En pourcentage : 60 %
- c. En nombre décimal : 0,6

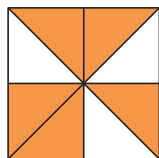


39 Quelle est la proportion de voyelles (en pourcentage) dans la phrase « Deviens ce que tu es ».

$\frac{8}{16} = 0,5$, soit 50 % de voyelles.

40 Quelle proportion de la figure représente la partie coloriée en orange ?

- a. En fraction : $\frac{5}{8}$
- b. En pourcentage : 62,5 %
- c. En nombre décimal : 0,625



41 Une boîte contient 50 boules numérotées de 1 à 50. Quelle est la proportion (sous forme de fraction irréductible) de boules :

- a. portant un numéro premier ? $\frac{15}{50} = \frac{3}{10}$
- b. portant un numéro diviseur de 12 ? $\frac{6}{50} = \frac{3}{25}$

42 **MODE EXPERT** Le nombre de passagers d'un ferry est donné par le tableau ci-contre.

	Femme	Homme
Équipage	12	30
Touristes	250	225

1. Exprimer sous forme de fraction irréductible la proportion de femmes :

- a. parmi l'équipage : $\frac{12}{12+30} = \frac{12}{42} = \frac{2}{7}$
- b. parmi les touristes : $\frac{250}{250+225} = \frac{250}{475} = \frac{10}{19}$
- c. sur le ferry : $\frac{12+250}{42+475} = \frac{262}{517}$

2. Exprimer la proportion des touristes sur le ferry en pourcentage (arrondir à l'unité).

$$\frac{250+225}{42+475} = \frac{475}{517} \approx 0,92 \approx \frac{92}{100} \approx 92 \%$$

► Pour calculer une proportion $\frac{a}{b}$ d'une quantité c , on calcule $\frac{a}{b} \times c$.

43 Manel boit les trois cinquièmes d'une bouteille d'eau de 50 cL.

Quelle quantité d'eau boit-elle ?

Elle boit $\frac{3}{5} \times 50 \text{ cL} = 30 \text{ cL}$ d'eau.

44 Axel mange trois septièmes d'un cake, sa sœur prend deux cinquièmes du reste. Quelle est la proportion du cake mangée par sa sœur ?

Il reste $1 - \frac{3}{7} = \frac{7}{7} - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$ du cake après le passage d'Axel.

Sa sœur mange $\frac{2}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{8}{35}$ du cake.

45 $\frac{5}{18}$ de la surface de la Terre sont recouverts de terres, dont $\frac{66}{75}$ sont habitées.

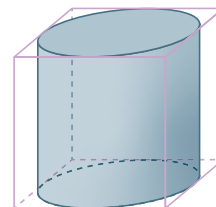
Quelle fraction de la surface de la Terre est habitée ?

On calcule $\frac{66}{75}$ de $\frac{5}{18}$.

$$\frac{66}{75} \times \frac{5}{18} = \frac{6 \times 11 \times 5}{15 \times 5 \times 6 \times 3} = \frac{11}{45}$$

$\frac{11}{45}$ de la surface terrestre est habitée.

46 **MODE EXPERT** Un cylindre en fer est placé dans un cube de côté a de telle sorte qu'il touche les six faces.



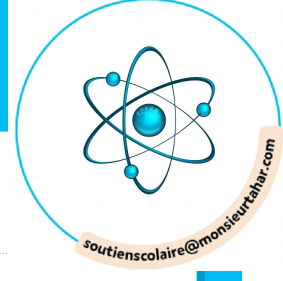
Quelle est la proportion de fer dans le cube, en pourcentage ?

$$V_{\text{cylindre}} = \pi \times \left(\frac{a}{2}\right)^2 \times a = \frac{\pi a^3}{4}$$

$$V_{\text{cube}} = a^3$$

La proportion cherchée est :

$$\frac{V_{\text{cylindre}}}{V_{\text{cube}}} = \frac{\pi a^3}{4} \div a^3 = \frac{\pi}{4} \approx 0,785 \approx 78,5 \%$$



47 Parcours ceinture jaune

- $12 + 8 \times 2 = 28$
- $-5 + 8 \div (-2) = -9$
- $10^4 + 10^3 = 11\,000$
- $2^2 + (-3)^2 = 13$
- Donner la notation scientifique de 6 500.
 $6,5 \times 10^3$
- Rendre irréductible la fraction $\frac{15}{20} \cdot \frac{3}{4}$
- $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$
- $\frac{3}{5} \times \frac{-2}{3} = \frac{-2}{5}$
- $\frac{3}{5} \div \frac{4}{7} = \frac{21}{20}$
- Quelle est la proportion de voyelles (sous forme de pourcentage) dans le mot PROPORTION.
 40%

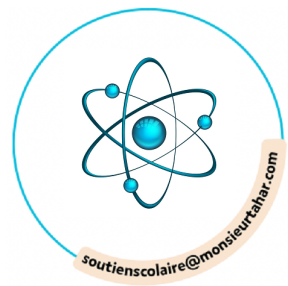
48 Parcours ceinture verte

- $(10 - 12) \times (-10 \div 2) = 10$
- $\frac{1 - 5 \times 3}{3 - 5} = 7$
- Quel est le tiers de $\frac{-6}{21}$? $\frac{-2}{21}$
- $2 - \frac{1}{5} = \frac{9}{5}$
- $\frac{11}{4} \div \frac{-2}{7} = \frac{-77}{8}$
- $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{-8}{27}$
- Quelle est la fraction irréductible égale à $\frac{210}{560}$? $\frac{3}{8}$
- Donner la notation scientifique de 275×10^{-9} .
 $2,75 \times 10^{-7}$
- Écrire sous forme d'une seule puissance de 10.
 $10^{-5} \times 10^8 = 10^3$
- Quelle est la proportion (en pourcentage) des élèves externes dans une classe de 30 élèves qui compte 24 demi-pensionnaires? 20%

49 Parcours ceinture noire

- $2 - (-2)^2 - (-2)^3 = 6$
- Quel est l'inverse de $-\frac{3}{7}$? $-\frac{7}{3}$
- Quelle est l'écriture irréductible de $\frac{60}{48}$? $\frac{5}{4}$
- Quelle est la proportion de nombres premiers entre 1 et 20 compris? $\frac{2}{5}$ ou 40%
- Calculer $2 - 5x$ pour $x = -\frac{7}{3}$. $\frac{41}{3}$
- Calculer $(x - 2)^2$ pour $x = \frac{2}{7}$. $\frac{144}{49}$
- Calculer $2^{-5} \cdot \frac{1}{32}$
- Calculer et donner le résultat en écriture décimale. $2^{-2} + (-3)^2 = 9,25$
- Quelle est la notation scientifique de 57×10^8 ?
 $5,7 \times 10^9$
- Donner la notation scientifique de $15 \times 10^4 \times 4 \times 10^8$.
 6×10^{13}

Problèmes



50 Deux nombres

Chercher, Raisonner

Trouver deux nombres entiers relatifs tels que :

a. leur somme et leur produit soient négatifs ;

-5 et 3 (par exemple)

b. leur somme soit positive et leur quotient soit un entier négatif ;

8 et -2 (par exemple)

c. leur différence soit positive et leur produit soit négatif.

3 et -5 (par exemple)

51 Recensement

Représenter, Calculer

Cinq douzièmes des habitants d'un village ont plus de 50 ans, alors que les moins de 20 ans représentent un quart des habitants.

1. Quelle est la proportion (sous forme de fraction irréductible) des habitants âgés entre 20 et 50 ans ?

$$1 - \frac{5}{12} - \frac{1}{4} = \frac{12}{12} - \frac{5}{12} - \frac{3}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$\frac{1}{3}$ des habitants a entre 20 et 50 ans.

2. On compte 1 068 habitants dans ce village. Quel est l'effectif des plus de 50 ans ?

$$\frac{5}{12} \times 1\,068 = 445$$

Il y a 445 habitants de plus de 50 ans.

52 Du tri

Représenter, Calculer

Compléter le tableau par Oui ou Non.

	$\frac{2}{5} - 3$	$\frac{10^4 - 7}{10^{-3}}$	$\frac{6\sqrt{5}}{7}$	$(1 - \frac{1}{7}) \div \frac{-2}{3}$
Entier	Non	Oui	Non	Non
Décimal	Oui	Oui	Non	Non
Rationnel	Oui	Oui	Non	Oui

53 Pommes bretonnes

Modéliser, Calculer

Soizic a extrait 120 L de jus de pomme. Combien de bouteilles de trois quarts de litres peut-elle remplir avec cette quantité ?

$$120 \div \frac{3}{4} = 120 \times \frac{4}{3} = 40 \times 4 = 160$$

Elle remplira 160 bouteilles.

54 Battements de cœur

Représenter, Calculer

La fréquence cardiaque au repos de Raphaël, qui vient d'avoir 14 ans, est de 65 battements par minute. En supposant cette fréquence constante, combien de fois le cœur de Raphaël a-t-il battu depuis sa naissance ? Donner une valeur approchée en notation scientifique.

$$1 \text{ an} = 365 \text{ jours}$$

$$1 \text{ jour} = 24 \text{ heures} = 24 \times 60 \text{ min}$$

$$14 \times 365 \times 24 \times 60 \times 65 = 478\,296\,000 \approx 4,8 \times 10^8$$

Le nombre de battements est environ $4,8 \times 10^8$.

55 Fête des pères

Calculer, Communiquer

Trois frères offrent une montre à leur père. Maël a donné un sixième du prix de la montre et Luc un tiers.

1. Quelle fraction du prix de la montre a donné Louis ?

$$1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{3} = \frac{6}{6} - \frac{1}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Louis a donné la moitié du prix.

2. La montre coûtait 391,20 €. Quelle somme chacun des enfants a-t-il donnée ?

$$\text{Maël a donné } \frac{1}{6} \times 391,2 \text{ €} = 65,20 \text{ €}.$$

$$\text{Luc a donné } \frac{1}{3} \times 391,2 \text{ €} = 130,40 \text{ €}.$$

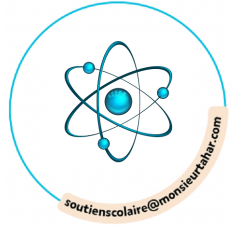
$$\text{Louis a donné } \frac{1}{2} \times 391,2 \text{ €} = 195,60 \text{ €}.$$

56 Carré magique

Chercher, Raisonner

Compléter ce carré magique multiplicatif (les produits des nombres en ligne, colonne et diagonale sont égaux).

-2	36	-3
9	6	4
-12	1	-18



57 Quelle puissance !

Représenter, Calculer

L'ordinateur japonais Fugaku est un des plus puissants au monde. Il effectue 415 millions de milliards d'opération chaque seconde.

1. Écrire ce nombre en notation scientifique.

$$4,15 \times 100 \times 10^6 \times 10^9 = 4,15 \times 10^{17}$$

2. Combien d'opérations Fugaku peut-il effectuer en une micro seconde ?

$$1 \mu s = 10^{-6} s$$

$$4,15 \times 10^{17} \div 10^6 = 4,15 \times 10^{11}$$

Fugaku peut effectuer $4,15 \times 10^{11}$ opérations en 1 μs .

58 Nombre mystère

Chercher, Calculer

Je suis un nombre entier tel que mon inverse est égal à la somme des inverses de $\frac{2}{3}$ et de $\frac{-3}{4}$.
Qui suis-je ?

L'inverse de $\frac{2}{3}$ est $\frac{3}{2}$, l'inverse de $\frac{-3}{4}$ est $\frac{-4}{3}$

$$\frac{3}{2} + \frac{-4}{3} = \frac{9}{6} + \frac{-8}{6} = \frac{1}{6}$$

Je suis 6.

59 Partage de chocolat

Raisonner, Calculer

Quatre enfants partagent une tablette de chocolat. Le premier en prend le tiers, le second en prend le quart. Le troisième prend alors $\frac{2}{5}$ de ce qui reste.

1. Entourer le calcul qui permet de trouver la part du troisième enfant.

$$1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \times \frac{2}{5}$$

$$\left(1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) \times \frac{2}{5}$$

$$\left(1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) \div \frac{2}{5}$$

$$1 - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) \times \frac{2}{5}$$

2. Effectuer ce calcul.

$$\left(1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) \times \frac{2}{5} = \left(\frac{12}{12} - \frac{4}{12} - \frac{3}{12}\right) \times \frac{2}{5} = \frac{5}{12} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{6}$$

Le troisième enfant mange $\frac{1}{6}$ de la tablette.

3. La tablette pesait 200 g. Quelle masse de chocolat le quatrième enfant aura-t-il ?

La part du dernier enfant est :

$$1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right) = 1 - \left(\frac{4}{12} + \frac{3}{12} + \frac{2}{12}\right) = 1 - \frac{9}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} \times 200 = 50. \text{ Il aura 50 g de chocolat.}$$

60 Programme de calcul

Raisonner, Calculer

On considère le programme de calcul suivant.

Choisir un nombre.

Ajouter $\frac{5}{3}$.

Multiplier par $\frac{3}{7}$

1. Vérifier que si l'on choisit 5 au départ, on obtient $\frac{20}{7}$.

$$\left(5 + \frac{5}{3}\right) \times \frac{3}{7} = \left(\frac{15}{3} + \frac{5}{3}\right) \times \frac{3}{7} = \frac{20}{3} \times \frac{3}{7} = \frac{20}{7}$$

2. Qu'obtient-on si on choisit $\frac{-5}{6}$? Donner la réponse sous forme de fraction irréductible.

$$\left(\frac{-5}{6} + \frac{5}{3}\right) \times \frac{3}{7} = \left(\frac{-5}{6} + \frac{10}{6}\right) \times \frac{3}{7} = \frac{5}{6} \times \frac{3}{7} = \frac{15}{42} = \frac{5}{14}. \text{ On obtient } \frac{5}{14}.$$

3. Quel nombre faut-il choisir pour obtenir 4 ?

$$4 \div \frac{3}{7} - \frac{5}{3} = 4 \times \frac{7}{3} - \frac{5}{3} = \frac{28}{3} - \frac{5}{3} = \frac{23}{3}$$

Il faut choisir $\frac{23}{3}$.

61 Avec des lettres

Chercher, Calculer

Soit le nombre $A = x + y - xy$, où x et y désignent deux nombres quelconques.

1. Calculer A si $x = -3$ et $y = -2$.

$$A = -3 + (-2) - (-3) \times (-2) = -3 - 2 - 6 = -11$$

2. Calculer A si $x = 10^5$ et $y = 10^{-3}$.

$$A = 10^5 + 10^{-3} - 10^5 \times 10^{-3}$$

$$= 10^5 + 10^{-3} - 10^2 = 99\,900,001$$

3. Calculer A si $x = \frac{2}{3}$ et $y = \frac{-1}{5}$.

$$A = \frac{2}{3} + \frac{-1}{5} - \frac{2}{3} \times \frac{-1}{5} = \frac{10}{15} + \frac{-3}{15} - \frac{-2}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

Problèmes

62 Scratch

Calculer, Modéliser, Représenter



1. Que calcule ce script ?

Le script calcule le nombre saisi à la puissance 6.

2. Qu'annonce le lutin si on saisit -2 ?

$(-2)^6 = 64$

Il annonce 64.

3. On remplace « répéter 5 fois » par « répéter 999 fois ». Qu'annonce le lutin si on saisit -1 ?

$(-1)^{1000} = 1$

Il annonce 1.

63 Vrai ou faux ?

Calculer, Raisonner, Communiquer

Lenny affirme : « L'inverse de la somme de deux nombres est égal à la somme des inverses de ces deux nombres. »

► Lenny a-t-il raison ? Justifier.

Lenny a tort, comme le montre un contre-exemple avec les nombres 2 et 8 :

Inverse de la somme : $\frac{1}{2+8} = \frac{1}{10} = 0,1$

Somme des inverses : $\frac{1}{2} + \frac{1}{8} = 0,625$

Or $0,1 \neq 0,625$,

donc l'affirmation de Lenny est fausse.

64 Signe d'un produit

Raisonner, Communiquer

Quel est le signe d'un produit de 639 facteurs sachant qu'il y a 8 fois plus de facteurs positifs que de facteurs négatifs ?

Il y a $\frac{1}{9} \times 639 = 71$ facteurs négatifs.

71 est impair, le produit est donc négatif.

65 Somme et produit de fractions

Raisonner, Calculer

Deux fractions ont le même numérateur, et ce numérateur est égal à la somme des deux dénominateurs.

► Démontrer alors que la somme et le produit de ces deux fractions sont égaux.

Soient $\frac{a}{b}$ et $\frac{a}{c}$ ces fractions avec $b + c = a$.

Leur produit est : $\frac{a}{b} \times \frac{a}{c} = \frac{a^2}{bc}$.

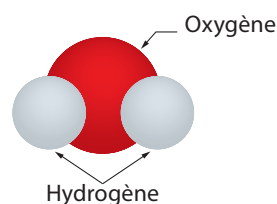
Leur somme est : $\frac{a}{b} + \frac{a}{c} = \frac{ac + ab}{bc} = \frac{a(c + b)}{bc}$.

Comme $b + c = a$, cette somme vaut $\frac{a^2}{bc}$.

66 Goutte d'eau

Chercher, Calculer

Doc 1 Molécule d'eau



Doc 2

Le chimiste italien Avogadro a démontré que 18 g d'eau contiennent environ $6,02 \times 10^{23}$ molécules d'eau.

Doc 3

Un litre d'eau a une masse d'un kilogramme.

► Donner, en notation scientifique, le nombre de molécules d'eau contenues dans une goutte de volume 0,06 mL.

18 g d'eau ont un volume de 18 mL, et contiennent $6,02 \times 10^{23}$ molécules.

0,06 mL d'eau contiennent donc :

$0,06 \times 6,02 \times 10^{23} \div 18 \approx 2 \times 10^{21}$ molécules.

Tâche complexe

67

Doc 1 La dune du Pilat

La dune du Pilat, située sur la côte Aquitaine, culmine à 102 m. C'est la plus haute dune d'Europe. Elle s'étend à l'entrée sud du bassin d'Arcachon sur une longueur de 2 900 m. Sous l'influence des vents, elle se déplace chaque année vers l'est entre 1 et 5 m. Sa forme peut être assimilée à un prisme droit à base triangulaire, de largeur 616 m.



Doc 2 Grain de sable



Un grain de sable est assimilable à une boule de volume 125 picolitres, de diamètre 63 micromètres et de masse 3 microgrammes.

Doc 3 Les préfixes

Nom	Symbole	Valeur
milli	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}

► Si on place tous les grains de sable de la dune côte à côte pour former un ruban de 1 m de large, quelle sera approximativement la longueur du ruban obtenu ?

$$\text{Volume de la dune : } V = \frac{616 \text{ m} \times 102 \text{ m}}{2} \times 2\,900 \text{ m} = 91\,106\,400 \text{ m}^3$$

$$\text{Volume d'un grain de sable : } V_g = 125 \text{ pL} = 125 \times 10^{-12} \text{ dm}^3 = 125 \times 10^{-15} \text{ m}^3$$

$$\text{Nombre approximatif de grains de sable dans la dune : } N = \frac{91\,106\,400}{125 \times 10^{-15}} = 728\,851,2 \times 10^{15}$$

$$\text{Nombre de grains pour obtenir une largeur de 1 m : } \frac{1 \text{ m}}{63 \times 10^{-6} \text{ m}} \approx 15\,873 \text{ grains}$$

$$\text{Nombre de grains sur la longueur du ruban : } \frac{728\,851,2 \times 10^{15}}{15\,873} \approx 45,9 \times 10^{15}$$

$$\text{Longueur du ruban : } 45,9 \times 10^{15} \times 63 \times 10^{-6} \text{ m} = 2\,891,7 \times 10^9 \text{ m, soit environ 3 milliards de kilomètres.}$$



Le jeu

Suites logiques

Par groupes de deux, déterminer les trois termes suivants de ces suites logiques.

$$\frac{31}{7}; \frac{33}{7}; 5; \frac{37}{7}; \frac{39}{7}; \frac{41}{7}$$

$$3 \times 10^5; 6 \times 10^3; 120; 2,4; 4,8 \times 10^{-2}; 9,6 \times 10^{-4}$$

Les binômes ayant terminé en proposent deux à un autre binôme.

Le défi

Une égalité vraie

Placer chaque nombre entier de 1 à 7 une seule fois dans les cercles ci-dessous pour obtenir une égalité vraie (plusieurs solutions sont possibles).

$$\frac{\begin{array}{|c|} \hline 7 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array}} + \frac{\begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array}} = \begin{array}{|c|} \hline 6 \\ \hline \end{array}$$