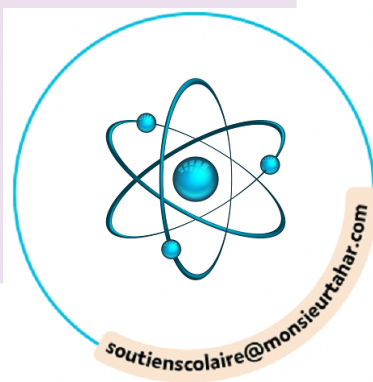




1

Connaitre la notion d'équation

► Une **équation** est une égalité qui comporte au moins **un nombre de valeur inconnue**, généralement désigné par une lettre.

► Une **solution d'une équation** est une valeur de l'inconnue pour laquelle l'égalité est vraie.

1 On considère l'équation $3x - 2 = x + 12$.

1. Quelle est l'inconnue ?

x

2. Que vaut le membre de gauche de cette équation pour $x = 7$?

$3 \times 7 - 2 = 19$

3. Que vaut le membre de droite de cette équation pour $x = 7$?

$7 + 12 = 19$

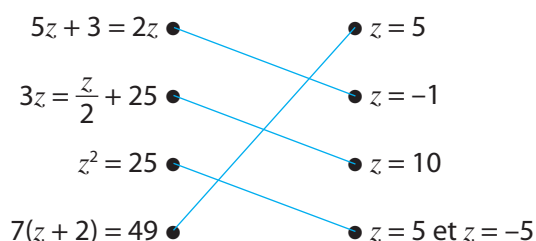
4. Que peut-on en conclure ?

L'égalité est vraie pour $x = 7$, donc 7 est une solution de l'équation.

2 Vrai ou faux ?

10 est une solution de l'équation $2x + 1 = 11$.	Faux
11 est une solution de l'équation $x^2 + 1 = 122$.	Vrai
5 est une solution de l'équation $2x + 1 = 11$.	Vrai
-11 est une solution de l'équation $x^2 + 1 = 122$.	Vrai

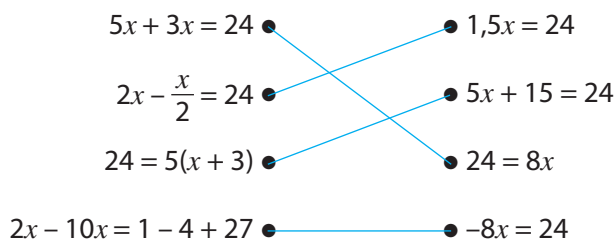
3 Associer chaque équation à sa ou ses solutions de la colonne de droite.



► Factoriser, développer ou réduire un des membres d'une équation **ne change pas les solutions** de l'équation.

- L'équation $5x + 3x + 2 = 6$ a les mêmes solutions que l'équation $8x + 2 = 6$.
L'équation $5(x + 3) = 0$ a les mêmes solutions que l'équation $5x + 15 = 0$.

4 Relier entre elles les équations qui ont les mêmes solutions.



5 **MODE EXPERT** Xavier a réalisé le script suivant.



1. Xavier presse la touche « espace » et choisit le nombre 6. Que dit le lutin ? **Le lutin dit 65.**
2. Xavier presse la touche « espace » et choisit le nombre 10. Que dit le lutin ? **85**
3. Quel nombre Xavier doit-il choisir pour que le lutin annonce 0 ?

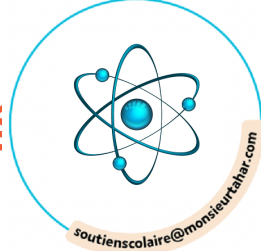
Il doit choisir le nombre -7.

4. Soit x le nombre choisi. Exprimer en fonction de x le nombre qui sera annoncé par le lutin.

Le lutin annoncera le nombre $5(x + 7)$.

5. Donner une solution de l'équation $5(x + 7) = 65$.

Une solution est $x = 6$.



► Une égalité reste vraie lorsqu'on **ajoute (ou soustrait) un même nombre** à chacun de ses membres.

$$\begin{aligned} & \bullet x + 2 = 3 \\ & x + 2 - 2 = 3 - 2 \\ & x = 1 \end{aligned}$$

6 Résoudre les équations suivantes en indiquant l'opération effectuée sur chacun des membres de l'égalité.

$x + 1 = 11$	Soustraire 1	$x = 10$
$y - 8 = 12$	Ajouter 8	$y = 20$
$z + 2 = -14$	Soustraire 2	$z = -16$
$-10 + a = 23$	Ajouter 10	$a = 33$
$3 - h = 0$	Ajouter h	$3 = h$

7 Relier entre elles les équations qui ont la même solution.

$-x + 6 = 21$	•	$3x = 17$	•
$3x + 21 = 38$	•	$15 = 3x$	•
$18 = 3x + 3$	•	$4x = 8$	•
$6x - 5 = 2x + 7$	•	$-x = 15$	•
$6x = 2x + 8$	•	$6x = 2x + 12$	•

► Une égalité reste vraie lorsque l'on **multiplie (ou divise) chacun de ses membres par un même nombre non nul**.

$$\begin{aligned} & \bullet 4x = -2 \\ & 4x \div 4 = -2 \div 4 \\ & x = -0,5 \end{aligned}$$

8 Résoudre les équations suivantes en indiquant l'opération effectuée sur chacun des membres de l'égalité.

$\frac{x}{5} = 11$	Multiplier par 5	$x = 55$
$7y = 12$	Diviser par 7	$y = \frac{12}{7}$
$\frac{z}{11} = -5$	Multiplier par 11	$z = -55$
$\frac{a}{-5} = 6$	Multiplier par -5	$a = -30$
$-9h = 5$	Diviser par -9	$h = -\frac{5}{9}$

9 Résoudre les équations suivantes.

a. $6x = 48$: $x = \frac{48}{6} = 8$

b. $\frac{n}{4} = 32$: $n = 32 \times 4 = 128$

c. $\frac{y}{6} = -3$: $y = -3 \times 6 = -18$

d. $-7t = 56$: $t = \frac{56}{-7} = -8$

► Si l'inconnue est présente dans les deux membres d'une équation, on commence par faire en sorte qu'elle n'apparaisse plus que dans **un seul membre**.

$$\begin{aligned} & \bullet 5x = 4x + 3 \\ & 5x - 4x = 4x - 4x + 3 \\ & x = 3 \end{aligned}$$

10 Pour chaque équation bleue, la relier à une équation rouge équivalente puis déterminer la solution de l'équation dans la dernière colonne.

Équation	Équation	Solution
$3x + 5 = x - 12$	$2x = -17$	$x = -8,5$
$2x - 3 = 14$	$2x = 10$	$x = 5$
$6x + 5 = 2x + 12$	$4x = 7$	$x = 1,75$
$2x + 1 = 11$	$2x = 17$	$x = 8,5$

11 Résoudre les équations suivantes.

a. $4x + 3 = 9$

$$4x + 3 - 3 = 9 - 3$$

$$4x = 6$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{6}{4}$$

$$x = \frac{3}{2} = 1,5$$

b. $3x + 5 = 7$

$$3x + 5 - 5 = 7 - 5$$

$$3x = 2$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{2}{3}$$

c. $5x + 3 = 2x - 7$

$$5x + 3 - 3 = 2x - 7 - 3$$

$$5x = 2x - 10$$

$$5x - 2x = 2x - 10 - 2x$$

$$3x = -10$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{-10}{3}$$

$$x = \frac{-10}{3}$$

d. $\frac{2x-3}{5} = 7$

$$\frac{2x-3}{5} \times 5 = 7 \times 5$$

$$2x - 3 = 35$$

$$2x - 3 + 3 = 35 + 3$$

$$2x = 38$$

$$2x \div 2 = 38 \div 2$$

$$x = 19$$

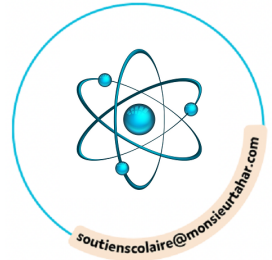
12 **MODE EXPERT** Résoudre l'équation $\frac{4(x+2)}{7} = 28$.

$$\frac{4(x+2)}{7} \times \frac{7}{4} = 28 \times \frac{7}{4}$$

$$x + 2 = 49 \text{ donc } x = 47.$$



Résoudre une équation produit



► Une **équation produit** est une équation dont l'un des membres est un produit de deux facteurs et l'autre membre est à zéro.

► **Résoudre l'équation** $(x - 2)(x + 3) = 0$ revient à résoudre deux équations.

$$\begin{array}{ll} x - 2 = 0 & \text{ou} & x + 3 = 0 \\ x = 2 & \text{ou} & x = -3 \end{array}$$

L'équation $(x - 2)(x + 3) = 0$ a deux solutions : 2 et -3.

13 Parmi les équations suivantes, entourer celles qui sont des équations produits.

$$(5a + 2) + (4 - a) = 0$$

$$(5y - 2)(2y + 4) = 0$$

$$(4x - 5)(x + 4) = 1$$

$$t(2t + 4) = 0$$

14 Soit l'équation $(5x + 2)(2x - 1) = 0$.

1. Quels sont les deux facteurs dans cette équation produit ? $5x + 2$ et $2x - 1$

2. Résoudre $5x + 2 = 0$.

3. Résoudre $2x - 1 = 0$.

$$5x + 2 - 2 = 0 - 2$$

$$2x - 1 + 1 = 0 + 1$$

$$5x = -2$$

$$2x = 1$$

$$5x \div 5 = -2 \div 5$$

$$2x \div 2 = 1 \div 2$$

$$x = -0,4$$

$$x = 0,5$$

4. En déduire les solutions de l'équation

$$(5x + 2)(2x - 1) = 0.$$

Les solutions sont -0,4 et 0,5.

15 Résoudre les équations suivantes.

a. $(x - 5)(x + 3) = 0$

$$x - 5 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 3 = 0$$

$$x = 5 \quad \text{ou} \quad x = -3$$

Les solutions sont 5 et -3.

b. $(3x - 12)(5x - 15) = 0$

$$3x - 12 = 0 \quad \text{ou} \quad 5x - 15 = 0$$

$$3x = 12 \quad \text{ou} \quad 5x = 15$$

$$x = 4 \quad \text{ou} \quad x = 3$$

Les solutions sont 4 et 3.

16 Résoudre l'équation $(12 - 5x)(-x + 6) = 0$.

$$12 - 5x = 0 \quad \text{ou} \quad -x + 6 = 0$$

$$-5x = -12 \quad \text{ou} \quad -x = -6$$

$$\frac{-5x}{-5} = \frac{-12}{-5} \quad \text{ou} \quad x = 6$$

$$x = \frac{-12}{-5} = 2,4$$

Les solutions sont 2,4 et 6.

► On peut parfois **transformer l'écriture d'une équation** pour se ramener à une équation produit.

17 1. Montrer que $(5x - 3)(x + 4) = 5x^2 + 17x - 12$, en développant et en simplifiant $(5x - 3)(x + 4)$.

$$(5x - 3)(x + 4) = 5x^2 + 20x - 3x - 12$$

$$(5x - 3)(x + 4) = 5x^2 + 17x - 12$$

2. Résoudre l'équation $5x^2 + 17x - 12 = 0$, en remarquant que cette équation a les mêmes solutions que l'équation produit $(5x - 3)(x + 4) = 0$.

$$5x - 3 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 4 = 0$$

$$5x = 3 \quad \text{ou} \quad x = -4$$

$$x = \frac{3}{5} = 0,6$$

Les solutions sont 0,6 et -4.

18 **MODE EXPERT** 1. Factoriser $x^2 - 81$ en utilisant une identité remarquable.

$$x^2 - 81 = (x - 9)(x + 9)$$

2. Résoudre l'équation $x^2 - 81 = 0$.

L'équation a les mêmes solutions que :

$$(x - 9)(x + 9) = 0.$$

$$x - 9 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 9 = 0$$

$$x = 9 \quad \text{ou} \quad x = -9$$

Les solutions sont 9 et -9.

3. De la même façon, résoudre l'équation $(3 + x)^2 - 9 = 0$.

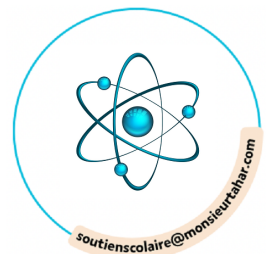
$$(3 + x)^2 - 9 = (3 + x - 3)(3 + x + 3) = x(6 + x)$$

On résout l'équation $x(6 + x) = 0$.

Les solutions sont $x = 0$ et $x = -6$.



Résoudre une équation du type $x^2 = a$



- Soit a un nombre positif.
 $\sqrt{a}$ est le nombre positif dont le carré est a .
 • $\sqrt{9} = 3$ car $3^2 = 9$ et 3 est positif.

19 Calculer mentalement.

$$\begin{array}{lll} \sqrt{36} = 6 & \sqrt{81} = 9 & \sqrt{49} = 7 \\ \sqrt{100} = 10 & \sqrt{0,01} = 0,1 & \sqrt{2500} = 50 \\ \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10} & \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5} & \sqrt{0,04} = 0,2 \end{array}$$

20 1. Sachant que $5,3^2 = 28,09$, compléter.

$$\begin{array}{ll} \sqrt{28,09} = 5,3 & -\sqrt{28,09} = -5,3 \\ (-5,3)^2 = 28,09 & -5,3^2 = -28,09 \end{array}$$

2. En déduire deux solutions de l'équation $x^2 = 28,09$.

5,3 et -5,3 sont deux solutions de l'équation

$x^2 = 28,09$ car leurs carrés sont égaux à 28,09.

► a désigne un nombre.

- Si $a > 0$, alors les solutions de l'équation $x^2 = a$ sont $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$.
- Si $a = 0$, alors la solution de l'équation $x^2 = 0$ est 0.
- Si $a < 0$, alors l'équation $x^2 = a$ n'a pas de solution.

21 Pour chacune des équations suivantes, préciser le nombre de solution (aucune, une ou deux) et donner ces solutions quand elles existent.

Équation	Nombre de solutions	Solution(s) de l'équation
$x^2 = 64$	deux	8 et -8
$x^2 = 0$	une	0
$x^2 = 2,89$	deux	1,7 et -1,7
$x^2 = -100$	aucune	
$x^2 = \frac{9}{49}$	deux	$\frac{3}{7}$ et $-\frac{3}{7}$

22 **MODE EXPERT** 1. Montrer que $\frac{\sqrt{7}}{5}$ est une solution de l'équation $x^2 = \frac{21}{75}$.

$$\left(\frac{\sqrt{7}}{5}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{7}}{5}\right) \times \left(\frac{\sqrt{7}}{5}\right) = \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{7}}{5 \times 5} = \frac{7}{25} = \frac{21}{75}$$

Donc $\frac{\sqrt{7}}{5}$ est solution de l'équation $x^2 = \frac{21}{75}$.

2. Déterminer toutes les solutions de l'équation $x^2 = \frac{21}{75}$.

Les solutions sont $\frac{\sqrt{7}}{5}$ et $-\frac{\sqrt{7}}{5}$.

► On peut parfois **transformer l'écriture d'une équation** pour se ramener à une équation du type $x^2 = a$.

23 1. Compléter la résolution de l'équation.

$$x^2 + 4 = 104$$

$$x^2 + 4 - 4 = 104 - 4$$

$$x^2 = 100$$

Les solutions sont 10 et -10.

2. Résoudre l'équation $3x^2 = 108$.

$$\frac{3x^2}{3} = \frac{108}{3}$$

$$x^2 = 36$$

Les solutions sont 6 et -6.

3. Résoudre l'équation $7x^2 + 8 = 57$.

$$7x^2 + 8 - 8 = 57 - 8$$

$$7x^2 = 49$$

$$\frac{7x^2}{7} = \frac{49}{7}$$

$$x^2 = 7$$

Les solutions sont $\sqrt{7}$ et $-\sqrt{7}$.

24 **MODE EXPERT** Montrer que l'équation $(x + 3)(x - 2) = x + 4$ peut être ramenée à l'équation $x^2 = 10$, puis résoudre cette équation.

$$(x + 3)(x - 2) = x + 4$$

$$x^2 - 2x + 3x - 6 = x + 4$$

$$x^2 + x - 6 = x + 4$$

$$x^2 - 6 = 4$$

$$x^2 = 10$$

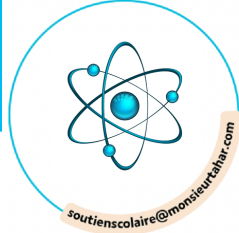
Les solutions sont $\sqrt{10}$ et $-\sqrt{10}$.



- **Conclusion** : on interprète le résultat en rédigeant une phrase.

Lucas doit obtenir 16,5/20.

Le nombre choisi était -6 .



31 Parcours ceinture jaune

- Dans l'équation $4x + 5 = 3 - 3x$, quel est le membre de droite ? $3 - 3x$
- 4 est-il une solution de l'équation $3x - 4 = 8$?
Oui
- Résoudre l'équation $x + 5 = 12$. $x = 7$
- Résoudre l'équation $7x = 56$. $x = 8$
- Résoudre l'équation $\frac{x}{5} = 20$. $x = 100$
- Résoudre l'équation $-3x = 12$. $x = -4$
- Résoudre l'équation $(x - 3)(x - 5) = 0$.
 $x = 3$ et $x = 5$
- Quelles sont les solutions de l'équation $x^2 = 36$?
6 et -6
- « Le triple d'un nombre diminué de 5 vaut 13 » peut-il se traduire par l'équation $3 + x - 5 = 13$?
Non

32 Parcours ceinture verte

- 1,5 est-il une solution de l'équation $4x + 7 = 5x + 5$?
Non
- Les équations $8x + 5 = 3x - 2$ et $5x = 3$ ont-elles les mêmes solutions ? Non
- Résoudre l'équation $-x + 2 = 7$. $x = -5$
- Résoudre l'équation $2x + 1 = 23$. $x = 11$
- Résoudre l'équation $\frac{x}{7} - 3 = 0$. $x = 21$
- Résoudre l'équation $\left(x + \frac{5}{2}\right)(3x - 7) = 0$.
 $x = -\frac{5}{2}$ et $x = \frac{7}{3}$
- Quelle équation du type $x^2 = a$ possède une seule solution ? $x^2 = 0$
- Traduire par une équation l'expression « le produit d'un nombre n par 34 est égal à ce nombre augmenté de 11 » ? $34n = n + 11$

33 Parcours ceinture noire

- 5 est-il une solution de l'équation $3(2x - 1) + 7x = 12x$? Non
- Résoudre l'équation $-4x + 1 = 2x$. $x = \frac{1}{6}$
- Résoudre l'équation $3(x + 2) = 5x$. $x = 3$
- Résoudre l'équation $4x + 1 = 2x - 3$. $x = -2$
- Résoudre l'équation $7x(3x - 5) = 0$. $x = 0$ et $x = \frac{5}{3}$
- Résoudre l'équation $4x(x + 2) - 10(x + 2) = 0$.
 $x = -2$ et $x = 2,5$
- Quelles sont les solutions de l'équation $2x^2 = 10$?
 $\sqrt{5}$ et $-\sqrt{5}$
- « Le centième d'un nombre soustrait à 5 vaut 4 » peut-il se traduire par l'équation $5 - \frac{x}{100} = 4$?
Oui
- Traduire par une équation l'expression « la différence entre 7 et le quart d'un nombre n est 6 ».
 $7 - \frac{n}{4} = 6$

34 Nombre mystère

Calculer, Communiquer

Lola pense à un nombre, lui ajoute son triple et 13, et elle obtient 100.

► À quel nombre pense Lola ?

Soit x le nombre auquel pense Lola.

$$x + 3x + 13 = 100$$

$$4x + 13 = 100$$

$$4x = 100 - 13$$

$$x = \frac{87}{4} = 21,75$$

Le nombre auquel pense Lola est 21,75.

35 Les légumes

Modéliser, Calculer, Communiquer

Quatre personnes se partagent 50 kg de légumes. La deuxième personne a 4 kg de plus que la première, la troisième a 4 kg de plus que la deuxième et la dernière a 4 kg de plus que la troisième.



1. Si on note x la masse de légumes obtenue par la première personne en kg, exprimer en fonction de x la masse en kg obtenue par :

• la deuxième personne : $x + 4$

• la troisième personne : $x + 8$

• la dernière personne : $x + 12$

2. Quelle équation peut-on en déduire ?

$$x + (x + 4) + (x + 8) + (x + 12) = 50$$

3. Déterminer la masse de légumes obtenue par chacune des personnes.

$$4x + 24 = 50$$

$$4x = 26$$

$$x = \frac{26}{4} = 6,5$$

La première personne obtient 6,5 kg, la deuxième 10,5 kg, la troisième 14,5 kg et la dernière 18,5 kg.

36 À la suite

Modéliser, Calculer

La somme de trois nombres entiers consécutifs est égale à 408.

► Quels sont ces nombres ?

Si on note n le premier nombre entier, alors les deux suivants sont $n + 1$ et $n + 2$.

On doit donc résoudre l'équation :

$$n + (n + 1) + (n + 2) = 408$$

$$3n + 3 = 408$$

$$3n = 405$$

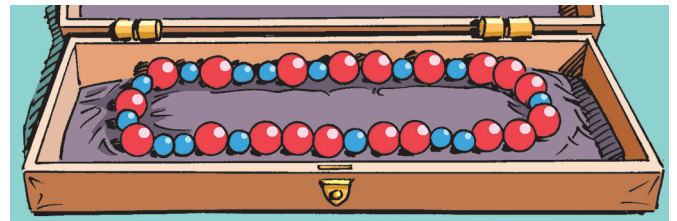
$$n = \frac{405}{3} = 135$$

Les nombres sont 135, 136 et 137.

37 Collier de perles

Chercher, Modéliser, Calculer

Un collier est constitué de 20 perles rouges et 15 perles bleues. Les perles rouges pèsent 1,7 g de plus que les perles bleues et le collier pèse 107,5 g (la masse du fil est négligeable).



► Calculer la masse en grammes de chaque modèle de perle.

Si m est la masse en grammes d'une perle bleue, alors :

$$20(m + 1,7) + 15m = 107,5$$

$$20m + 34 + 15m = 107,5$$

$$35m + 34 = 107,5$$

$$35m = 107,5 - 34$$

$$35m = 73,5$$

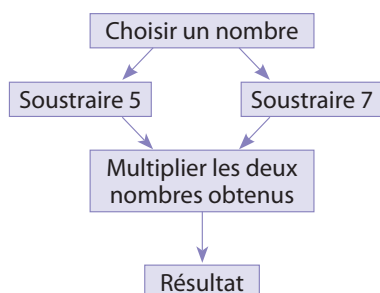
$$m = \frac{73,5}{35} = 2,1$$

La masse d'une perle bleue est 2,1 g et celle d'une perle rouge est 2,1 g + 1,7 g, soit 3,8 g.

38 Double nul

Représenter, Calculer

Voici un programme de calcul.



1. Quel est le résultat de ce programme de calcul si on choisit 10 au départ ?

$$10 - 5 = 5 ; 10 - 7 = 3 \text{ et } 5 \times 3 = 15$$

Le résultat est 15.

2. L'affirmation suivante est-elle vraie ? Justifier.
« Il y a exactement deux nombres qui, choisis au départ, permettent d'obtenir 0 comme résultat. »

Le problème peut être modélisé par l'équation

$$(x - 5)(x - 7) = 0, \text{ où } x \text{ est le nombre choisi.}$$

Cette équation produit a exactement deux solutions, 5 et 7.

L'affirmation est donc vraie.

39 Jadis

Modéliser, Calculer, Communiquer

J'ai trois fois l'âge que j'avais il y a 30 ans.

► Quel est mon âge ?

Si x est mon âge actuel en années, j'avais $(x - 30)$ ans il y a 30 ans.

On doit donc résoudre l'équation $3 \times (x - 30) = x$.

$$3x - 90 = x$$

$$2x - 90 = 0$$

$$2x = 90$$

$$x = 45$$

J'ai donc 45 ans.

40 Notes

Raisonner, Modéliser, Calculer

Un élève a obtenu les notes suivantes :

$$8 ; 12 ; 15 ; 8 ; 9 ; 14.$$

► Quelle dernière note doit-il obtenir pour avoir une moyenne égale à 12 ?

Si la dernière note vaut n , alors sa moyenne vaut :

$$\frac{8 + 12 + 15 + 8 + 9 + 14 + n}{7} = 12$$

$$\frac{66 + n}{7} = 12$$

$$66 + n = 12 \times 7$$

$$66 + n = 84$$

$$n = 84 - 66 = 18 \quad \text{Il doit obtenir la note de 18.}$$

41 Double zéro

Modéliser, Calculer

Voici un script réalisé avec Scratch.



1. Si l'utilisateur choisi le nombre 5, quel résultat est annoncé par le lutin ?

$$5 \times 5 \times 4 - 225 = 100 - 225 = -125$$

Le lutin annonce -125.

2. Pour quelle ou quelles valeurs choisies par l'utilisateur le lutin annonce-t-il 0 ?

On note x le nombre choisi au départ.

Le résultat du programme peut s'écrire :

$$(x \times x) \times 4 - 225 = 4x^2 - 225$$

$$4x^2 - 225 = 0.$$

$$4x^2 = 225$$

$$x^2 = 56,25$$

Cette équation a deux solutions :

$$x = \sqrt{56,25} = 7,5 ; x = -7,5.$$

Le lutin annonce 0 si l'utilisateur choisit 7,5 ou -7,5.

42 Deux programmes

Représenter, Calculer, Communiquer

Mia et Jules saisissent sur leur calculatrice un même nombre. Voici leurs programmes de calcul.

Programme de calcul de Mia

- Saisir un nombre.
- Multiplier par 7.
- Soustraire 9 au résultat.

Programme de calcul de Jules

- Saisir un nombre.
- Multiplier par -3.
- Ajouter 43.

On considère la feuille de calcul suivante.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Nombre de départ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	Résultat de Mia M											
3	Résultat de Jules J											
4	Différence J - M											

1. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B2, puis recopier jusqu'à la cellule L2, pour obtenir

les résultats de Mia ? $=B1*7-9$

2. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B3, puis recopier jusqu'à la cellule L3, pour obtenir

les résultats de Jules ? $=B1*(-3)+43$

3. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B4, puis recopier jusqu'à la cellule L4, pour obtenir

la différence entre les deux ? $=B3-B2$

4. Voici ce que la feuille de calcul fait apparaître.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Nombre de départ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	Résultat de Mia M	-9	-2	5	12	19	26	33	40	47	54	61
3	Résultat de Jules J	43	40	37	34	31	28	25	22	19	16	13
4	Différence J - M	52	42	32	22	12	2	-8	-18	-28	-38	-48

Mia et Jules veulent obtenir le même résultat.

Au vu du tableau, donner l'encadrement à l'unité d'un nombre de départ qui permet à Mia et Jules d'obtenir le même résultat.

Le nombre choisi doit être compris entre 5 et 6

puisque, dans cet intervalle, la différence passe

du positif au négatif.

5. Déterminer par le calcul le nombre de départ à saisir par Mia et Jules pour obtenir le même résultat.

Si on note x le nombre choisi au départ, le problème

posé se traduit par l'équation :

$$7x - 9 = -3x + 43$$

$$7x + 3x - 9 = 43$$

$$10x = 43 + 9$$

$$10x = 52$$

$$x = \frac{52}{10} = 5,2$$

Mia et Jules obtiennent le même résultat

s'ils choisissent le nombre 5,2.

43 Aggrandir le carré

Chercher, Modéliser, Calculer

On considère un carré de côté x en centimètres. Si l'on augmente x de 3, l'aire du carré augmente de 2 184 cm².

► Quelle est la valeur de x ?

Le problème peut se traduire par l'équation :

$$(x + 3)^2 - x^2 = 2\,184$$

$$(x + 3)(x + 3) - x^2 = 2\,184$$

$$x^2 + 3x + 3x + 9 - x^2 = 2\,184$$

$$6x + 9 = 2\,184$$

$$6x = 2\,184 - 9$$

$$6x = 2\,175$$

$$x = \frac{2\,175}{6} = 362,5$$

44 Économique et écologique

Chercher, Communiquer

La famille Eco souhaite récupérer l'eau de pluie qui tombe sur sa véranda au printemps.

Le toit de la véranda a une aire de 12 m² et il pleut en moyenne 70 mm d'eau par m² au printemps.

► Un récupérateur cylindrique de 1 000 L de contenance et de 88 cm de haut sera-t-il suffisant ? Si oui, à quelle hauteur d'eau peut-on s'attendre au début de l'été ?

Quantité de pluie au printemps :

$$12 \text{ m}^2 = 1\,200 \text{ dm}^2 \text{ et } 70 \text{ mm} = 0,7 \text{ dm}$$

$$1\,200 \text{ dm}^2 \times 0,7 \text{ dm} = 840 \text{ dm}^3 = 840 \text{ L}$$

Le récupérateur envisagé est donc suffisant.

On note r son rayon en dm. Sa capacité étant de 1 000 L,

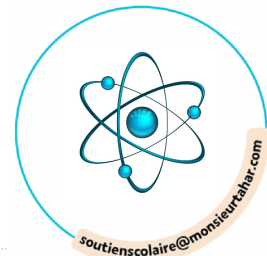
$$\text{on a : } 1\,000 = \pi \times r^2 \times 8,8. \text{ Donc } r^2 = \frac{1\,000}{\pi \times 8,8} \approx 36,17$$

$$\text{Donc } r \approx \sqrt{36,17} \approx 6. \text{ Si on note } h \text{ la hauteur d'eau}$$

pour une quantité d'eau de 840 L, on a :

$$840 = \pi \times 6^2 \times h, \text{ donc } h = \frac{840}{\pi \times 6^2} \approx 7,4 \text{ dm}$$

La hauteur d'eau sera environ de 74 cm.



Tâche complexe

45 Dominique vient de recevoir son cadeau d'anniversaire : une voiture électrique à trois vitesses.

Il teste sa voiture dans l'allée du jardin et sur la piste cyclable près de la maison.

Doc 1 Voiture SPEED 2000

- Âge (à partir de) : 3 ans
- Poids (Jusqu'à) : 30 kg
- Moteur : 2×39 W
- Trois vitesses :
 - Vitesse III rapide
 - Vitesse II intermédiaire
 - Vitesse I lente
- Batterie : 12 V 4 Ah
- Composition du lot :
Voiture + chargeur + Notice



Doc 2 Tests dans l'allée

- À la vitesse III, la voiture parcourt l'allée en 10 secondes
- À la vitesse II, la voiture parcourt l'allée en 30 secondes.
- À la vitesse I, la voiture parcourt l'allée en 1 minute.

Doc 3 Tests sur piste cyclable

Dominique a roulé 45 minutes sur la piste cyclable, en utilisant successivement les trois vitesses. Il a parcouru 3,3 km.

Vitesse	I	II	III
Durée du parcours (en min)	24	15	6

► Quelles sont les trois vitesses en km/h de cette voiture ?

On note v la vitesse I de cette voiture.

D'après le doc 2, la vitesse II est égale à $2v$ et la vitesse III est égale à $6v$.

D'après le doc 3 : $\frac{24}{60} \times v + \frac{15}{60} \times 2v + \frac{6}{60} \times 6v = 3,3$

$0,4v + 0,5v + 0,6v = 3,3$ $1,5v = 3,3$ donc $v = \frac{3,3}{1,5} = 2,2$

Donc la vitesse I est de 2,2 km/h, la vitesse II est de 4,4 km/h et la vitesse III est de 13,2 km/h.



Le jeu

Trouver x !

Deux élèves jouent ensemble. Un joueur lance un dé et, selon le résultat, écrit une équation du type indiqué ci-dessous (en choisissant des valeurs pour a , b , c , et d) :

- ① : $ax + b = 0$;
- ② : $ax + b = cx + d$;
- ③ : $x^2 = a$ (pour $a > 0$) ;
- ④ : $(x + a)(x + b) = 0$;
- ⑤ : $(ax + b)(cx + d) = 0$;
- ⑥ : une équation du type qu'il veut.

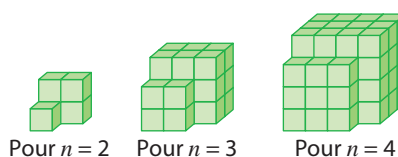
L'autre joueur a une minute pour résoudre cette équation. Ils vérifient ensemble à la calculatrice et s'il a réussi, il gagne 1 point. Les rôles s'inversent au tour suivant.

Le gagnant est le premier à obtenir 5 points.

Le défi

Cubes et logique

Voici les trois premiers éléments d'une suite logique d'assemblage de cubes.



Pour $n = 2$

Pour $n = 3$

Pour $n = 4$

Pour quelle valeur de n a-t-on un assemblage de 981 cubes ?

Nombre de cubes à l'étape n : $n^3 - 2n + 1$

$n^3 - 2n + 1 = 981$, soit $n^3 - 2n = 980$.

$10^3 = 1000$ donc l'égalité est vraie pour

$n = 10$.