

1

Utiliser le théorème de Pythagore

► Soit a un nombre positif ou nul.

$\sqrt{a}$ est le nombre positif dont le carré est égal à a .

1 Compléter sans calculatrice.

$$\sqrt{25} = \quad \sqrt{81} = \quad \sqrt{121} =$$

$$\sqrt{1} = \quad \sqrt{144} = \quad \sqrt{0,01} =$$

2 Soit a un nombre positif.
Compléter avec la calculatrice.

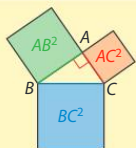
• Si $a^2 = 5,76$ alors $a = \sqrt{\quad} =$

• Si $a^2 = 174,24$ alors $a = \quad =$

• Si $a^2 = 20$ alors $a = \quad \approx$

• Si $a^2 = 5,5$ alors $a = \quad \approx$

► Si ABC est un triangle rectangle en A , alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$
Cette égalité est appelée **égalité de Pythagore**.



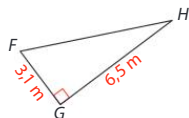
3 ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 3$ cm et $AC = 5,1$ cm. Compléter pour calculer BC et arrondir au millimètre.

ABC est un triangle rectangle $\quad$, donc d'après le théorème de Pythagore :

$$BC^2 = \quad + \quad =$$

$$BC = \quad \approx$$

4 Calculer FH et arrondir au millimètre.

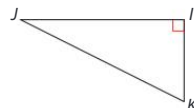


5 Compléter les égalités suivantes.

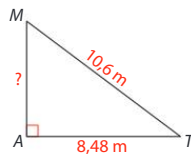
• $JI^2 = JK^2 - \quad$

• $JK^2 = \quad$

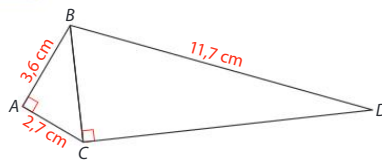
• $KI^2 = \quad$

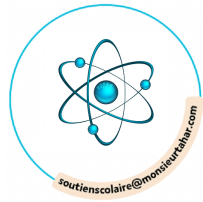


6 Calculer la longueur MA .



7 **MODE EXPERT** Calculer les longueurs BC et CD .





► Soit ABC un triangle et $[BC]$ son plus grand côté.

Pour déterminer si ABC est rectangle, on compare BC^2 et $AB^2 + AC^2$.

- Si $BC^2 = AB^2 + AC^2$ alors ABC est rectangle en A .
- Si $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$ alors ABC n'est pas rectangle.

8 Relier chaque égalité à la nature du triangle correspondant.

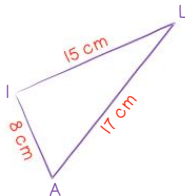
- | | |
|------------------------|------------------------------|
| $EF^2 = EG^2 + FG^2$ • | • EFG est rectangle en E |
| $IK^2 = IJ^2 + JK^2$ • | • EFG est rectangle en F |
| $IJ^2 = IK^2 + JK^2$ • | • EFG est rectangle en G |
| $FG^2 = EF^2 + EG^2$ • | • IJK est rectangle en K |
| $EG^2 = EF^2 + FG^2$ • | • IJK est rectangle en J |

9 KAP est un triangle tel que $KA = 2,7$ cm ; $KP = 8$ cm et $AP = 7,1$ cm.

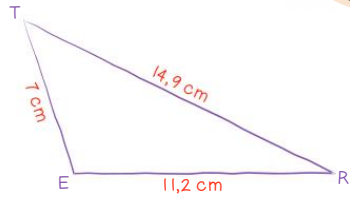
- Quel est le plus grand côté ?
- Calculer la longueur de ce côté au carré.
- Calculer la somme des longueurs au carré des deux autres côtés.
- Le triangle KAP est-il rectangle ?

10 Dans chaque cas, déterminer si le triangle tracé à main levée est rectangle. Si oui, préciser en quel sommet.

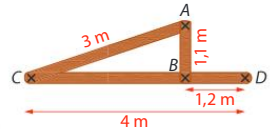
a.



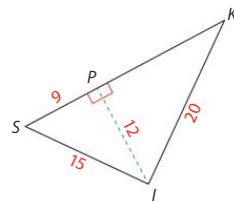
b.

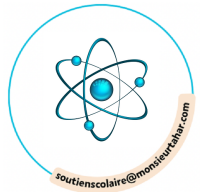


11 Les poutres $[AB]$ et $[CD]$ sont-elles perpendiculaires ?



12 **MODE EXPERT** L'unité de longueur est le cm. Le triangle SKI est-il rectangle ? Justifier.



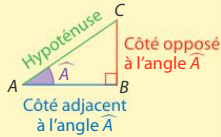


► Dans le triangle rectangle ABC , le **sinus**, **cosinus** et la **tangente** de l'angle $\widehat{CAB}$ sont définis par :

$$\sin \text{ angle} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

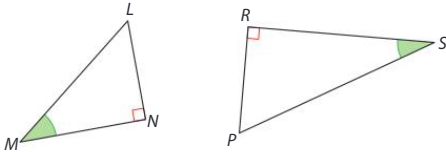
$$\cos \text{ angle} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\tan \text{ angle} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$

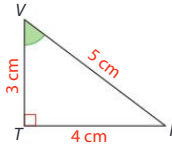


Pour s'en rappeler : **SOHCAHTOA**

13 Indiquer sur chacun des triangles l'hypoténuse, ainsi que le côté adjacent et le côté opposé à l'angle vert.

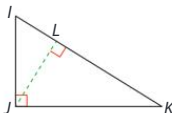


14 Compléter.



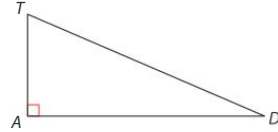
- L'hypoténuse du triangle VIT est
- Le côté opposé à l'angle $\widehat{TVI}$ est
- Le côté adjacent à l'angle $\widehat{TVI}$ est
- $\sin \widehat{TVI} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{3}{5} = \dots\dots\dots$
- $\cos \widehat{TVI} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \dots\dots\dots$
- $\tan \widehat{TVI} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \dots\dots\dots$

15 Compléter.



- Dans le triangle rectangle ILJ , $\cos \widehat{LIJ} = \dots\dots\dots$
- Dans le triangle rectangle IKJ , $\cos \widehat{KIJ} = \dots\dots\dots$
- Dans le triangle rectangle ILK , $\tan \widehat{LJK} = \dots\dots\dots$
- Exprimer de deux façons (dans deux triangles différents) : $\sin \widehat{IKJ} = \dots\dots\dots$

16 DAT est un triangle rectangle en A .



1. Relier chaque **rapport trigonométrique** au **quotient** auquel il est égal.

$$\cos \widehat{ADT}$$

$$\tan \widehat{DTA}$$

$$\sin \widehat{DTA}$$

$$\tan \widehat{ADT}$$

•

•

•

•

$$\frac{AT}{DA}$$

$$\frac{AT}{DT}$$

$$\frac{DA}{AT}$$

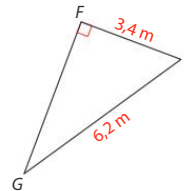
$$\frac{DA}{DT}$$

2. Compléter : $\frac{AT}{DT} = \sin \dots\dots\dots = \cos \dots\dots\dots$

17 **MODE EXPERT**

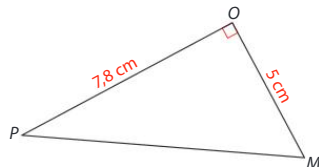
Pour chaque triangle, les données indiquées permettent de calculer directement deux rapports trigonométriques. Trouver lesquels et les calculer. Donner les réponses sous forme décimale ou de fractions irréductibles.

a.

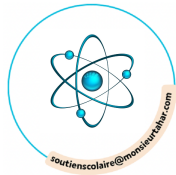


.....

b.



.....



► Si on connaît le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle, on peut **calculer la mesure de cet angle (ou une valeur approchée)** en utilisant les fonctions Arcsin, Arccos ou Arctan de la calculatrice.

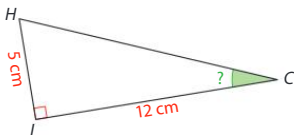
18 À l'aide de la calculatrice, calculer dans chaque cas une valeur approchée de l'angle.

a. $\cos \widehat{ASC} = 0,8$ $\widehat{ASC} \approx$ _____

b. $\tan \widehat{RIP} = \frac{5}{8}$ $\widehat{RIP} \approx$ _____

c. $\sin \widehat{ILM} = \frac{3,2}{7}$ $\widehat{ILM} \approx$ _____

19 HIC est un triangle rectangle en I . On cherche à déterminer la mesure de l'angle $\widehat{HCI}$.



1. Compléter.

Pour l'angle $\widehat{HCI}$, le côté $[CI]$ est _____
et le côté $[HI]$ est _____.

2. Entourer le rapport trigonométrique que l'on peut calculer avec les données de l'énoncé.

$\cos \widehat{HCI}$ $\sin \widehat{HCI}$ $\tan \widehat{HCI}$

3. Combien vaut ce rapport ?

4. Entourer la touche de la calculatrice qu'il faut utiliser pour obtenir une valeur approchée de l'angle $\widehat{HCI}$.

Arcsin Arccos Arctan

5. Compléter : $\widehat{HCI} \approx$ _____

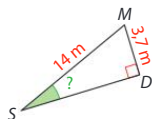
20 Compléter pour calculer l'arrondi au degré de la mesure de l'angle $\widehat{MSD}$.

Dans le triangle _____

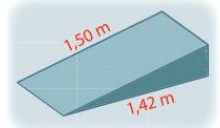
en _____ :

$\widehat{MSD} = \text{_____} = \text{_____}$

Donc $\widehat{MSD} \approx$ _____



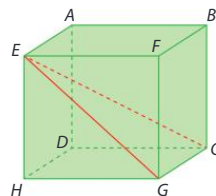
21 Un tremplin de trottinette, en forme de prisme droit dont la base est un triangle rectangle, est représenté ci-contre.



Calculer une valeur approchée au dixième de degré de la mesure de l'angle que fait le tremplin avec l'horizontale.

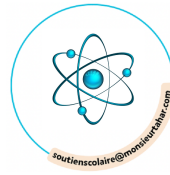
22 **MODE EXPERT** $ABCDEFGH$ est une cage cubique constituée de 12 tiges de 4 m de longueur.

On tend deux cordes $[EG]$ et $[EC]$ comme indiqué sur la figure ci-dessous, et on cherche la mesure de l'angle qu'elles forment.



1. Calculer la valeur exacte de la longueur EG en mètres.

2. En déduire, dans le triangle EGC rectangle en G , l'arrondi au degré de l'angle $\widehat{GEC}$.



► Si $\frac{c}{a} = \frac{b}{x}$ ou $\frac{a}{c} = \frac{x}{b}$, alors $x = \frac{a \times b}{c}$

Cette propriété s'appelle la **règle de trois**.

23 Dans chaque cas, calculer x .

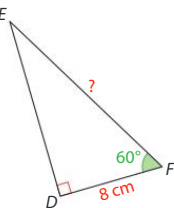
a. $\frac{2}{3} = \frac{x}{12}$

b. $\frac{5}{x} = \frac{9}{7}$

► Dans un triangle rectangle, si on connaît la longueur d'un **côté** et la mesure d'un **angle aigu**, alors on peut **calculer la longueur des autres côtés**.

24 On considère le triangle DEF rectangle en D ci-contre. On veut calculer la longueur EF .

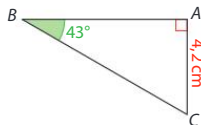
1. Écrire le rapport trigonométrique faisant intervenir l'angle connu, la longueur connue et la longueur cherchée.



2. En déduire la longueur EF .

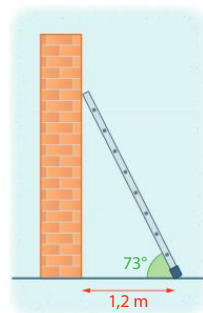
25 ABC est un triangle rectangle en A . On veut calculer la longueur BC .

1. Écrire le rapport trigonométrique faisant intervenir l'angle connu, la longueur connue et la longueur cherchée.

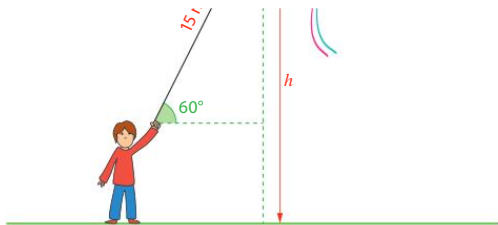


2. Calculer BC . Donner l'arrondi au millimètre.

26 À quelle hauteur se trouve le sommet de l'échelle ?



27 **MODE EXPERT** Paul mesure 1,62 m. À quelle hauteur h se trouve son cerf-volant ?



5. $\cos \hat{A} = 0,5$. Avec la calculatrice, retrouver la mesure de l'angle $\hat{A}$.

5. $\sin \widehat{K} = 0,8$. Avec la calculatrice, retrouver la mesure de l'angle $\widehat{K}$ au degré près. $\approx$ _____

4. Dans un triangle rectangle MIT on a $\sin \widehat{T} = \frac{MI}{MT}$.
Quel est le sommet de l'angle droit ?

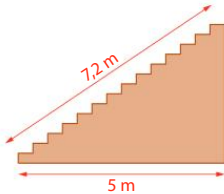
Problèmes



31 L'escalier

Chercher, Raisonner, Calculer

Quelle est la hauteur en centimètres de chacune des 14 marches de cet escalier ?

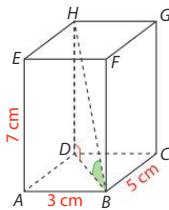


32 Dans un pavé droit

Raisonner, Calculer

$ABCDEFGH$ est un pavé droit.

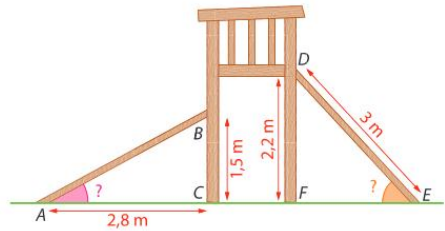
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{DBH}$ au degré près.



33 Au jardin public

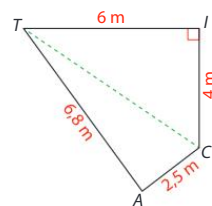
Modéliser, Calculer

Les poteaux $[BC]$ et $[DF]$ sont perpendiculaires au sol.
Pour être aux normes de sécurité, les pentes de ces toboggans ne doivent pas dépasser 40° .
Est-ce le cas ?



34 TIC et TAC

Raisonner, Calculer



TAC est-il un triangle rectangle ? Justifier.

La figure n'est pas à l'échelle.

Tâche complexe

41

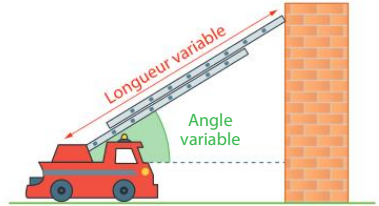
Lors d'une intervention, les pompiers doivent atteindre une fenêtre très haute d'un immeuble en centre-ville. Pour cela, ils vont utiliser la grande échelle télescopique.

Doc 1 La situation

La fenêtre est située à 18 mètres au-dessus du sol.
Le pied de l'échelle est situé sur le camion, à 1,5 mètres du sol et à une distance de 10 mètres de l'immeuble.



Doc 2 Fonctionnement de l'échelle



Comment les pompiers doivent-ils régler leur échelle pour atteindre la fenêtre ?



Le jeu

Angles sans rapporteur

Le jeu se joue à deux.

- Chaque élève propose à son binôme une mesure d'angle aigu ABC .
- Celui-ci doit alors construire cet angle avec une précision de 1° sans utiliser de rapporteur.
- Une fois la construction effectuée, elle est vérifiée à l'aide d'un rapporteur.
- Les rôles sont ensuite inversés.

Le défi

L'escargot de Pythagore

En imaginant qu'on poursuit cet escargot de Pythagore selon la même logique jusqu'à la lettre I , quelle sera la mesure exacte de OI ?

