

1

Connaitre la notion d'équation

► Une **équation** est une égalité qui comporte au moins **un nombre de valeur inconnue**, généralement désigné par une lettre.

► Une **solution d'une équation** est une valeur de l'inconnue pour laquelle l'égalité est vraie.

1 On considère l'équation $3x - 2 = x + 12$.

1. Quelle est l'inconnue ?

2. Que vaut le membre de gauche de cette équation pour $x = 7$?

3. Que vaut le membre de droite de cette équation pour $x = 7$?

4. Que peut-on en conclure ?

2 Vrai ou faux ?

10 est une solution de l'équation $2x + 1 = 11$.	_____
11 est une solution de l'équation $x^2 + 1 = 122$.	_____
5 est une solution de l'équation $2x + 1 = 11$.	_____
-11 est une solution de l'équation $x^2 + 1 = 122$.	_____

3 Associer chaque équation à sa ou ses solutions de la colonne de droite.

$5z + 3 = 2z$

$z = 5$

$3z = \frac{z}{2} + 25$

$z = -1$

$z^2 = 25$

$z = 10$

$7(z + 2) = 49$

$z = 5 \text{ et } z = -5$

► Factoriser, développer ou réduire un des membres d'une équation **ne change pas les solutions** de l'équation.

- L'équation $5x + 3x + 2 = 6$ a les mêmes solutions que l'équation $8x + 2 = 6$.
L'équation $5(x + 3) = 0$ a les mêmes solutions que l'équation $5x + 15 = 0$.

4 Relier entre elles les équations qui ont les mêmes solutions.

$5x + 3x = 24$

$1,5x = 24$

$2x - \frac{x}{2} = 24$

$5x + 15 = 24$

$24 = 5(x + 3)$

$24 = 8x$

$2x - 10x = 1 - 4 + 27$

$-8x = 24$

5 **MODE EXPERT** Xavier a réalisé le script suivant.



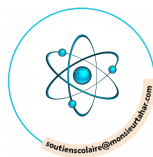
1. Xavier presse la touche « espace » et choisit le nombre 6. Que dit le lutin ?

2. Xavier presse la touche « espace » et choisit le nombre 10. Que dit le lutin ?

3. Quel nombre Xavier doit-il choisir pour que le lutin annonce 0 ?

4. Soit x le nombre choisi. Exprimer en fonction de x le nombre qui sera annoncé par le lutin.

5. Donner une solution de l'équation $5(x + 7) = 65$.



► Une égalité reste vraie lorsqu'on **ajoute (ou soustrait) un même nombre** à chacun de ses membres.

$$\begin{aligned} & \bullet x + 2 = 3 \\ & x + 2 - 2 = 3 - 2 \\ & x = 1 \end{aligned}$$

6 Résoudre les équations suivantes en indiquant l'opération effectuée sur chacun des membres de l'égalité.

$x + 1 = 11$	Soustraire 1	$x =$
$y - 8 = 12$	Ajouter	$y =$
$z + 2 = -14$		$z =$
$-10 + a = 23$		$a =$
$3 - h = 0$	Ajouter h	

7 Relier entre elles les équations qui ont la même solution.

$-x + 6 = 21$ •	• $3x = 17$
$3x + 21 = 38$ •	• $15 = 3x$
$18 = 3x + 3$ •	• $4x = 8$
$6x - 5 = 2x + 7$ •	• $-x = 15$
$6x = 2x + 8$ •	• $6x = 2x + 12$

► Une égalité reste vraie lorsque l'on **multiplie (ou divise) chacun de ses membres par un même nombre non nul**.

$$\begin{aligned} & \bullet 4x = -2 \\ & 4x \div 4 = -2 \div 4 \\ & x = -0,5 \end{aligned}$$

8 Résoudre les équations suivantes en indiquant l'opération effectuée sur chacun des membres de l'égalité.

$\frac{x}{5} = 11$	Multiplier par 5	$x =$
$7y = 12$	Diviser par	$y =$
$\frac{z}{11} = -5$		$z =$
$\frac{a}{-5} = 6$		$a =$
$-9h = 5$		$h =$

9 Résoudre les équations suivantes.

$$\begin{aligned} \text{a. } 6x &= 48 : & \text{.....} \\ \text{b. } \frac{n}{4} &= 32 : & \text{.....} \\ \text{c. } \frac{y}{6} &= -3 : & \text{.....} \\ \text{d. } -7t &= 56 : & \text{.....} \end{aligned}$$

► Si l'inconnue est présente dans les deux membres d'une équation, on commence par faire en sorte qu'elle n'apparaisse plus que dans **un seul membre**.

$$\begin{aligned} & \bullet 5x = 4x + 3 \\ & 5x - 4x = 4x - 4x + 3 \\ & x = 3 \end{aligned}$$

10 Pour chaque équation bleue, la relier à une équation rouge équivalente puis déterminer la solution de l'équation dans la dernière colonne.

Équation		Équation	Solution
$3x + 5 = x - 12$ •	•	$2x = -17$	
$2x - 3 = 14$ •	•	$2x = 10$	
$6x + 5 = 2x + 12$ •	•	$4x = 7$	
$2x + 1 = 11$ •	•	$2x = 17$	

11 Résoudre les équations suivantes.

a. $4x + 3 = 9$	b. $3x + 5 = 7$
.....	
.....	
.....	
.....	
c. $5x + 3 = 2x - 7$	d. $\frac{2x-3}{5} = 7$
.....	
.....	
.....	
.....	

12 **MODE EXPERT**

Résoudre l'équation $\frac{4(x+2)}{7} = 28$.

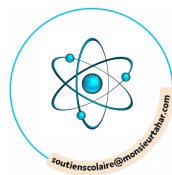
.....

.....



3

Résoudre une équation produit



► Une **équation produit** est une équation dont l'un des membres est un produit de deux facteurs et l'autre membre est à zéro.

► **Résoudre l'équation** $(x - 2)(x + 3) = 0$ revient à résoudre deux équations.

$$\begin{array}{ccc} x - 2 = 0 & \text{ou} & x + 3 = 0 \\ x = 2 & \text{ou} & x = -3 \end{array}$$

L'équation $(x - 2)(x + 3) = 0$ a deux solutions : 2 et -3.

13 Parmi les équations suivantes, entourer celles qui sont des équations produits.

$$(5a + 2) + (4 - a) = 0 \qquad (5y - 2)(2y + 4) = 0$$

$$(4x - 5)(x + 4) = 1 \qquad t(2t + 4) = 0$$

14 Soit l'équation $(5x + 2)(2x - 1) = 0$.

1. Quels sont les deux facteurs dans cette équation produit ?

2. Résoudre $5x + 2 = 0$. 3. Résoudre $2x - 1 = 0$.

4. En déduire les solutions de l'équation

$$(5x + 2)(2x - 1) = 0.$$

15 Résoudre les équations suivantes.

a. $(x - 5)(x + 3) = 0$

b. $(3x - 12)(5x - 15) = 0$

16 Résoudre l'équation $(12 - 5x)(-x + 6) = 0$.

► On peut parfois **transformer l'écriture d'une équation** pour se ramener à une équation produit.

17 1. Montrer que $(5x - 3)(x + 4) = 5x^2 + 17x - 12$, en développant et en simplifiant $(5x - 3)(x + 4)$.

$$(5x - 3)(x + 4) =$$

$$(5x - 3)(x + 4) =$$

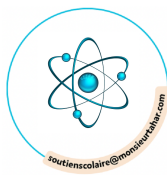
2. Résoudre l'équation $5x^2 + 17x - 12 = 0$, en remarquant que cette équation a les mêmes solutions que l'équation produit $(5x - 3)(x + 4) = 0$.

18 **MODE EXPERT** 1. Factoriser $x^2 - 81$ en utilisant une identité remarquable.

$$x^2 - 81 =$$

2. Résoudre l'équation $x^2 - 81 = 0$.

3. De la même façon, résoudre l'équation $(3 + x)^2 - 9 = 0$.



► Soit a un nombre positif.

$\sqrt{a}$ est le nombre positif dont le carré est a .

• $\sqrt{9} = 3$ car $3^2 = 9$ et 3 est positif.

19 Calculer mentalement.

$$\sqrt{36} = \quad \sqrt{81} = \quad \sqrt{49} =$$

$$\sqrt{100} = \quad \sqrt{0,01} = \quad \sqrt{2500} =$$

$$\sqrt{\frac{1}{100}} = \quad \sqrt{\frac{9}{25}} = \quad \sqrt{0,04} =$$

20 1. Sachant que $5,3^2 = 28,09$, compléter.

$$\sqrt{28,09} = \quad -\sqrt{28,09} =$$

$$(-5,3)^2 = \quad -5,3^2 =$$

2. En déduire deux solutions de l'équation $x^2 = 28,09$.

.....

.....

.....

► a désigne un nombre.

• Si $a > 0$, alors les solutions de l'équation $x^2 = a$ sont $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$.

• Si $a = 0$, alors la solution de l'équation $x^2 = 0$ est 0.

• Si $a < 0$, alors l'équation $x^2 = a$ n'a pas de solution.

21 Pour chacune des équations suivantes, préciser le nombre de solution (aucune, une ou deux) et donner ces solutions quand elles existent.

Équation	Nombre de solutions	Solution(s) de l'équation
$x^2 = 64$		
$x^2 = 0$		
$x^2 = 2,89$		
$x^2 = -100$		
$x^2 = \frac{9}{49}$		

22 MODE EXPERT

1. Montrer que $\frac{\sqrt{7}}{5}$ est une solution de l'équation $x^2 = \frac{21}{75}$.

.....

.....

2. Déterminer toutes les solutions de l'équation $x^2 = \frac{21}{75}$.

.....

.....

► On peut parfois **transformer l'écriture d'une équation** pour se ramener à une équation du type $x^2 = a$.

23 MODE EXPERT

1. Compléter la résolution de l'équation.

$$x^2 + 4 = 104$$

$$x^2 + 4 = 104$$

$$x^2 =$$

Les solutions sont

2. Résoudre l'équation $3x^2 = 108$.

.....

.....

Les solutions sont

3. Résoudre l'équation $7x^2 + 8 = 57$.

.....

.....

24 MODE EXPERT

Montrer que l'équation $(x + 3)(x - 2) = x + 4$ peut être ramenée à l'équation $x^2 = 10$, puis résoudre cette équation.

.....

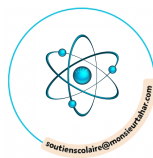
.....

.....

.....

.....

.....



► Pour modéliser une situation à l'aide d'une équation, on suit les étapes suivantes.

- **Choix de l'inconnue** : on choisit l'inconnue, généralement notée x , qui désigne ce que l'on cherche.
- **Mise en équation** : on traduit les données de l'énoncé du problème par une équation.
- **Résolution de l'équation** : on résout l'équation en utilisant les propriétés du cours.
- **Conclusion** : on interprète le résultat en rédigeant une phrase.

25 Marc achète une gomme à 2,35 € et 3 stylos. Il paye 8,80 €. Déterminer le prix d'un stylo.

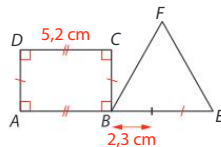
1. Modéliser ce problème par une équation.

2. Résoudre l'équation et conclure.

26 Dans 42 ans, Chiara aura quatre fois son âge actuel. Quel est l'âge de Chiara ?

27 À son premier devoir, Luca a eu 11,5/20. Quelle note doit-il obtenir à son prochain devoir pour que sa moyenne soit de 14/20 ?

28 Le rectangle $ABCD$ et le triangle équilatéral BEF ont le même périmètre. Déterminer AD puis BE .



29 Voici un programme de calcul.

Choisir un nombre.
Multiplier par 4.
Soustraire 5.

1. Quel nombre doit-on choisir pour obtenir 61 comme résultat ?

2. Quel nombre doit-on choisir pour obtenir son double comme résultat ?

30 **MODE EXPERT** Luc multiplie un nombre négatif par 2 puis ajoute 37 ; Léa ajoute 1 à ce même nombre et met le résultat au carré. Ils obtiennent chacun le même résultat final. Quel était le nombre initial ?



31 Parcours ceinture jaune

1. Dans l'équation $4x + 5 = 3 - 3x$, quel est le membre de droite ?
.....
2. 4 est-il une solution de l'équation $3x - 4 = 8$?
.....
3. Résoudre l'équation $x + 5 = 12$.
.....
4. Résoudre l'équation $7x = 56$.
.....
5. Résoudre l'équation $\frac{x}{5} = 20$.
.....
6. Résoudre l'équation $-3x = 12$.
.....
7. Résoudre l'équation $(x - 3)(x - 5) = 0$.
.....
8. Quelles sont les solutions de l'équation $x^2 = 36$?
.....
9. « Le triple d'un nombre diminué de 5 vaut 13 » peut-il se traduire par l'équation $3 + x - 5 = 13$?
.....

32 Parcours ceinture verte

1. 1,5 est-il une solution de l'équation $4x + 7 = 5x + 5$?
.....
2. Les équations $8x + 5 = 3x - 2$ et $5x = 3$ ont-elles les mêmes solutions ?
.....
3. Résoudre l'équation $-x + 2 = 7$.
.....
4. Résoudre l'équation $2x + 1 = 23$.
.....
5. Résoudre l'équation $\frac{x}{7} - 3 = 0$.
.....
6. Résoudre l'équation $\left(x + \frac{5}{2}\right)(3x - 7) = 0$.
.....
7. Quelle équation du type $x^2 = a$ possède une seule solution ?
.....
8. Traduire par une équation l'expression « le produit d'un nombre n par 34 est égal à ce nombre augmenté de 11 » ?
.....

33 Parcours ceinture noire

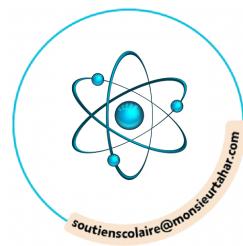
1. 5 est-il une solution de l'équation $3(2x - 1) + 7x = 12x$?
.....
2. Résoudre l'équation $-4x + 1 = 2x$.
.....
3. Résoudre l'équation $3(x + 2) = 5x$.
.....
4. Résoudre l'équation $4x + 1 = 2x - 3$.
.....
5. Résoudre l'équation $7x(3x - 5) = 0$.
.....
6. Résoudre l'équation $4x(x + 2) - 10(x + 2) = 0$.
.....
7. Quelles sont les solutions de l'équation $2x^2 = 10$?
.....
8. « Le centième d'un nombre soustrait à 5 vaut 4 » peut-il se traduire par l'équation $5 - \frac{x}{100} = 4$?
.....
9. Traduire par une équation l'expression « la différence entre 7 et le quart d'un nombre n est 6 ».
.....

Problèmes

ceinture
jaune

ceinture
verte

ceinture
noire



34 Nombre mystère

Calculer, Communiquer

Lola pense à un nombre, lui ajoute son triple et 13, et elle obtient 100.

► À quel nombre pense Lola ?

35 Les légumes

Modéliser, Calculer, Communiquer

Quatre personnes se partagent 50 kg de légumes. La deuxième personne a 4 kg de plus que la première, la troisième a 4 kg de plus que la deuxième et la dernière a 4 kg de plus que la troisième.



1. Si on note x la masse de légumes obtenue par la première personne en kg, exprimer en fonction de x la masse en kg obtenue par :

- la deuxième personne :
- la troisième personne :
- la dernière personne :

2. Quelle équation peut-on en déduire ?

3. Déterminer la masse de légumes obtenue par chacune des personnes.

36 À la suite

Modéliser, Calculer

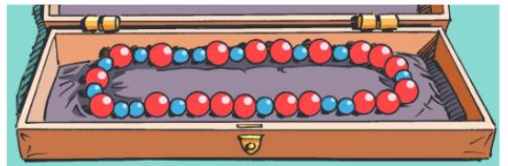
La somme de trois nombres entiers consécutifs est égale à 408.

► Quels sont ces nombres ?

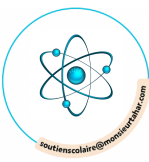
37 Collier de perles

Chercher, Modéliser, Calculer

Un collier est constitué de 20 perles rouges et 15 perles bleues. Les perles rouges pèsent 1,7 g de plus que les perles bleues et le collier pèse 107,5 g (la masse du fil est négligeable).



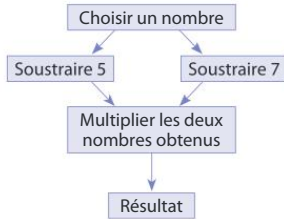
► Calculer la masse en grammes de chaque modèle de perle.



38 Double nul

Représenter, Calculer

Voici un programme de calcul.



1. Quel est le résultat de ce programme de calcul si on choisit 10 au départ ?

2. L'affirmation suivante est-elle vraie ? Justifier.
« Il y a exactement deux nombres qui, choisis au départ, permettent d'obtenir 0 comme résultat. »

39 Jadis

Modéliser, Calculer, Communiquer

J'ai trois fois l'âge que j'avais il y a 30 ans.

► Quel est mon âge ?

40 Notes

Raisonner, Modéliser, Calculer

Un élève a obtenu les notes suivantes :

8 ; 12 ; 15 ; 8 ; 9 ; 14.

► Quelle dernière note doit-il obtenir pour avoir une moyenne égale à 12 ?

41 Double zéro

Modéliser, Calculer

Voici un script réalisé avec Scratch.



1. Si l'utilisateur choisi le nombre 5, quel résultat est annoncé par le lutin ?

2. Pour quelle ou quelles valeurs choisies par l'utilisateur le lutin annonce-t-il 0 ?

42 Deux programmes

Représenter, Calculer, Communiquer

Mia et Jules saisissent sur leur calculatrice un même nombre. Voici leurs programmes de calcul.

Programme de calcul de Mia

- ▶ Saisir un nombre.
- ▶ Multiplier par 7.
- ▶ Soustraire 9 au résultat.

Programme de calcul de Jules

- ▶ Saisir un nombre.
- ▶ Multiplier par -3 .
- ▶ Ajouter 43.

On considère la feuille de calcul suivante.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Nombre de départ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	Résultat de Mia M											
3	Résultat de Jules J											
4	Différence J - M											

1. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B2, puis recopier jusqu'à la cellule L2, pour obtenir les résultats de Mia ?

2. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B3, puis recopier jusqu'à la cellule L3, pour obtenir les résultats de Jules ?

3. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B4, puis recopier jusqu'à la cellule L4, pour obtenir la différence entre les deux ?

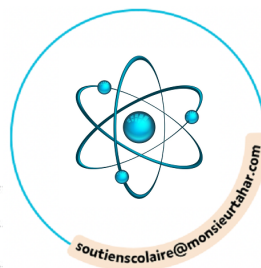
4. Voici ce que la feuille de calcul fait apparaître.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Nombre de départ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	Résultat de Mia M	-9	-2	5	12	19	26	33	40	47	54	61
3	Résultat de Jules J	43	40	37	34	31	28	25	22	19	16	13
4	Différence J - M	52	42	32	22	12	2	-8	-18	-28	-38	-48

Mia et Jules veulent obtenir le même résultat.

Au vu du tableau, donner l'encadrement à l'unité d'un nombre de départ qui permet à Mia et Jules d'obtenir le même résultat.

5. Déterminer par le calcul le nombre de départ à saisir par Mia et Jules pour obtenir le même résultat.



43 Agrandir le carré

Chercher, Modéliser, Calculer

On considère un carré de côté x en centimètres. Si l'on augmente x de 3, l'aire du carré augmente de $2\,184\text{ cm}^2$.

▶ Quelle est la valeur de x ?

44 Économique et écologique

Chercher, Communiquer

La famille Eco souhaite récupérer l'eau de pluie qui tombe sur sa véranda au printemps.

Le toit de la véranda a une aire de 12 m^2 et il pleut en moyenne 70 mm d'eau par m^2 au printemps.

▶ Un récupérateur cylindrique de $1\,000\text{ L}$ de contenance et de 88 cm de haut sera-t-il suffisant ? Si oui, à quelle hauteur d'eau peut-on s'attendre au début de l'été ?

Tâche complexe

45 Dominique vient de recevoir son cadeau d'anniversaire : une voiture électrique à trois vitesses.

Il teste sa voiture dans l'allée du jardin et sur la piste cyclable près de la maison.

Doc 1 Voiture SPEED 2000

- Âge (à partir de) : 3 ans
- Poids (Jusqu'à) : 30 kg
- Moteur : $2 \times 39 \text{ W}$
- Trois vitesses :
 - Vitesse III rapide
 - Vitesse II intermédiaire
 - Vitesse I lente
- Batterie : 12 V 4 Ah
- Composition du lot : Voiture + chargeur + Notice



Doc 2 Tests dans l'allée

- À la vitesse III, la voiture parcourt l'allée en 10 secondes
- À la vitesse II, la voiture parcourt l'allée en 30 secondes.
- À la vitesse I, la voiture parcourt l'allée en 1 minute.

Doc 3 Tests sur piste cyclable

Dominique a roulé 45 minutes sur la piste cyclable, en utilisant successivement les trois vitesses. Il a parcouru 3,3 km.

Vitesse	I	II	III
Durée du parcours (en min)	24	15	6

► Quelles sont les trois vitesses en km/h de cette voiture ?



Le jeu

Trouver x !

Deux élèves jouent ensemble. Un joueur lance un dé et, selon le résultat, écrit une équation du type indiqué ci-dessous (en choisissant des valeurs pour a , b , c , et d) :

- ① : $ax + b = 0$;
- ② : $ax + b = cx + d$;
- ③ : $x^2 = a$ (pour $a > 0$) ;
- ④ : $(x + a)(x + b) = 0$;
- ⑤ : $(ax + b)(cx + d) = 0$;
- ⑥ : une équation du type qu'il veut.

L'autre joueur a une minute pour résoudre cette équation. Ils vérifient ensemble à la calculatrice et s'il a réussi, il gagne 1 point. Les rôles s'inversent au tour suivant.

Le gagnant est le premier à obtenir 5 points.

Le défi

Cubes et logique

Voici les trois premiers éléments d'une suite logique d'assemblage de cubes.



Pour quelle valeur de n a-t-on un assemblage de 981 cubes ?