

1 Connaître la notion de fonction

► Une **fonction** est un procédé qui, à un nombre x , fait correspondre un nombre unique y .



Notations : Si le nombre 3 a pour image 5, on écrit $f: 3 \mapsto 5$ ou $f(3) = 5$

1 On a relevé les températures à Limoges sur une journée. Voici quelques valeurs.

Heure	6	8	10	12	14	16	18
Température (en °C)	16	16,6	18	21	23	24,7	24

1. Compléter.

Ce tableau donne les variations de _____ en fonction _____. On note f cette fonction.

2. Que signifie $f(10)$? Quelle est sa valeur ?

3. Compléter avec le mot image ou antécédent. On peut dire que, par la fonction f :

- a. 10 a pour _____ 18 ;
- b. 10 est un _____ de 18 ;
- c. 18 est l' _____ de 10 ;
- d. 18 a pour _____ 10.

► Un **tableau de valeurs** d'une fonction f permet d'associer à différentes valeurs de x leurs images $f(x)$.

x	-2	0	5
$f(x)$	1	-2,5	7

Par la fonction f , -2 a pour image 1, 0 a pour image -2,5 et 5 a pour image 7.

2 Soit un tableau de valeurs d'une fonction f .

x	-5	-4,5	-2	0	1	1,5	2
$f(x)$	4	3,1	1	-2	3,1	4	4,8

Compléter.

- a. L'image de 1,5 par la fonction f est _____.
- b. L'image de _____ par la fonction f est 3,1.
- c. -2 est un _____ de 1 par la fonction f .
- d. Un antécédent de -2 par la fonction f est _____.
- e. Deux antécédents de 4 par la fonction f sont _____.
- f. 2 a pour _____ 4,8 par la fonction f .
- g. On peut noter $f: _____\mapsto 4,8$ ou $f(_____\) = _____\$.
- h. 3,1 a au moins _____ antécédents par f .

► Une fonction f peut être définie par une **expression algébrique**.

- $f(x) = 3x - 2$ (ou $f: x \mapsto 3x - 2$) signifie que l'image d'un nombre x vaut $3x - 2$ (c'est-à-dire son triple auquel on retranche 2).

3 1. Associer chaque fonction à l'expression algébrique correspondante.

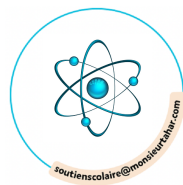
La fonction f qui à un nombre x fait correspondre son triple	•	• $5 - 2x$
La fonction g qui à un nombre x fait correspondre la différence de 5 et du double de x	•	• $\frac{x^2}{5 - 2x}$
La fonction h qui à un nombre x fait correspondre le quotient du carré de x par la somme de 5 et de x	•	• $3x$

2. Compléter.

- a. $f: x \mapsto _____\$ ou $f(x) = _____\$
- b. $g: _____\$ ou $_____\$
- c. $h: _____\mapsto _____\$ ou $_____\$

**2**

Déterminer par le calcul des images et des antécédents



► Pour **calculer l'image d'une valeur donnée** par une fonction f , on peut remplacer x par cette valeur dans l'expression de $f(x)$.

• Soit $f(x) = 5x - 2$. L'image de 3 par la fonction f est $f(3) = 5 \times 3 - 2 = 13$.

4 Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2 - x$.

1. Montrer que l'image de 5 par f est 20.

$$f(5) =$$

2. Calculer l'image de -3 par la fonction f .

$$f(-3) =$$

3. Calculer l'image de 11,2 par la fonction f .

$$f(11,2) =$$

5 Soit g la fonction qui, à tout nombre x , fait correspondre $(x - 3)(x + 2)$.

1. Calculer l'image de 5 par la fonction g .

$$g(5) =$$

2. Prouver que 0 est l'image des nombres 3 et -2 par la fonction g .

► Pour **vérifier que a est un antécédent de b** par une fonction f , il suffit de calculer $f(a)$ et de vérifier que le résultat est b .

6 Soit h la fonction définie par $h(x) = \frac{x+3}{2x-1}$.

1. Vérifier que 5,5 est un antécédent de 0,85 par la fonction h .

2. Vérifier que -0,5 est un antécédent de -1,25 par la fonction h .

► Pour déterminer un antécédent par le calcul, il faut résoudre une **équation**.

7 Soit k la fonction définie par $k(x) = x + 5$.

1. Déterminer l'antécédent de 2 par la fonction k .

2. Déterminer l'antécédent de $\frac{2}{7}$ par la fonction k .

8 Soit m la fonction qui, à tout nombre x , fait correspondre la somme du triple de x et de 7.

1. Exprimer $m(x)$ en fonction de x .

2. Déterminer l'antécédent de 1 par la fonction m .

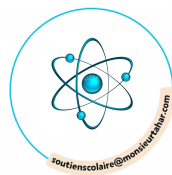
9 **MODE EXPERT** Soient les fonctions p et w définies par :
 $p(x) = x^2 - 5x + 4$ et $w(x) = 8 - 5x$.

1. Calculer $p(4)$.

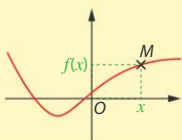
2. Démontrer que -2 est un antécédent de 18 par ces deux fonctions.

3. Déterminer l'antécédent de 4 par la fonction w .

Tracer la représentation graphique d'une fonction



► La **représentation graphique** (ou **courbe représentative**) d'une fonction f est l'ensemble des points de coordonnées $(x; f(x))$.

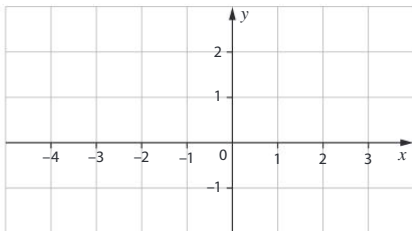


10 Soit f la fonction définie par $f(x) = 0,5x + 1$.

1. Compléter le tableau de valeurs ci-dessous.

x	-4	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$							

2. Placer les points obtenus ci-dessous et les relier entre eux afin d'avoir une représentation graphique de la fonction f .



3. Quelle semble être la nature de cette représentation graphique ?

11 On considère le programme de calcul suivant.

Choisir un nombre.
Soustraire 3.
Multiplier le résultat par le nombre initial.
Diviser par 5.

Soit g la fonction qui, à tout nombre x choisi, fait correspondre le résultat de ce programme.

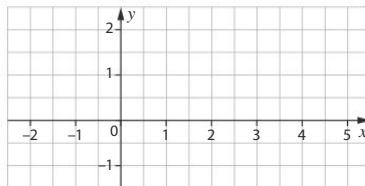
1. Compléter le tableau de valeurs ci-dessous.

x	-2	-1	0	1	1,5
$g(x)$		0,8			-0,45

x	2	3	4	5
$g(x)$	-0,4	0		2

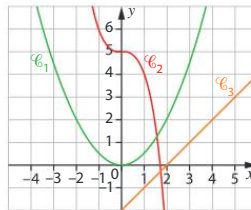
2. Placer les points obtenus ci-dessous puis tracer la représentation graphique de la fonction g .

Si tu as un doute pour relier deux points, tu peux toujours placer un point intermédiaire !



3. Exprimer $g(x)$ en fonction de x .

12 Associer chaque fonction à sa représentation graphique.



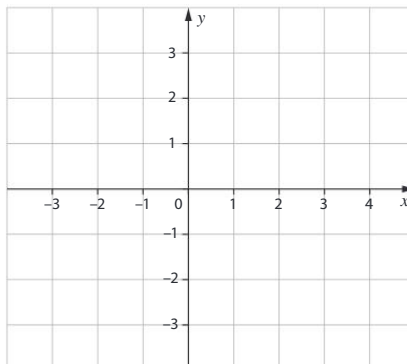
• $f(x) = x - 2$:

• $g(x) = \frac{x^2}{2}$:

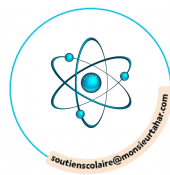
• $h(x) = 5 - x^3$:

13 **MODE EXPERT** Tracer les représentations graphiques des fonctions m , n et p pour x compris entre -3 et 3.

$m(x) = -2x + 1$ $n(x) = \frac{x^3}{10}$ $p(x) = 2 - \frac{x^2}{2}$

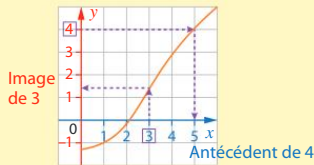


Exploiter la représentation graphique d'une fonction



► Sur la représentation graphique d'une fonction, on peut lire des images et des antécédents.

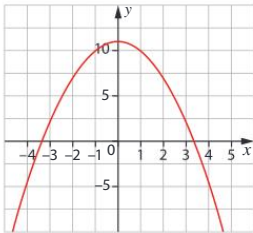
- Voici la courbe représentative d'une fonction f .



L'**image** de 3 par la fonction f est 1,5.

Un **antécédent** de 4 par la fonction f est 5.

14 On a tracé la représentation graphique d'une fonction f .

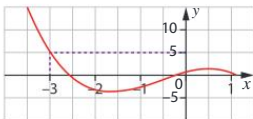


Compléter avec « un antécédent » et « l'image ».

Par la fonction f :

- 1 est de 10 ;
- 7 est de -2 ;
- 11 est de 0 ;
- 10 est de -1 ;
- 3 est de 2.

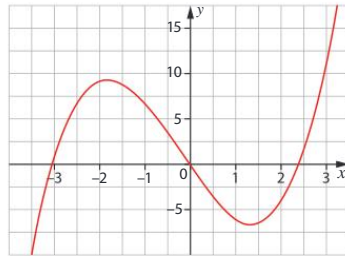
15 On a tracé la représentation graphique d'une fonction g .



Traduire la relation indiquée par les pointillés violet par deux phrases différentes, l'une utilisant le mot image, l'autre le mot antécédent.

.....
.....
.....

16 On a tracé la représentation graphique d'une fonction h .

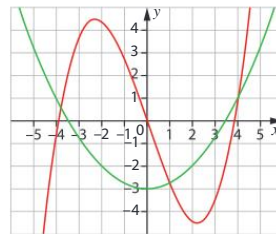


Compléter les phrases suivantes.

Par la fonction h :

- l'image de -2 est
- l'image de 2 est
- 2 est un antécédent de
- 5 a antécédent(s).
- un antécédent de 11 est
- les antécédents de 0 sont

17 **MODE EXPERT** On a tracé les représentations graphiques de deux fonctions k (en vert) et l (en rouge).



1. Compléter.

$l(4) = \dots$ et $k(-2) = \dots$

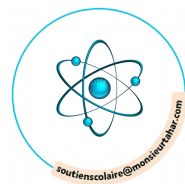
2. Quels sont approximativement les antécédents de 2 par la fonction l ?

.....

3. Compléter : les nombres ont la même image par les deux fonctions.

4. Vrai ou faux ?

- Pour tout nombre x , $k(x) > -4$.
- $l(-2)$ et $k(-2)$ sont des nombres opposés.
- Pour tout nombre x compris entre 1 et 4, on a $l(x) \leq k(x)$.



► De nombreuses situations mettant en jeu **deux grandeurs dépendant l'une de l'autre** peuvent se modéliser à l'aide d'une **fonction**.

18 Jean marche à la vitesse régulière de 6 km/h.

1. Quelles sont les deux grandeurs dépendant l'une de l'autre dans cette situation ?

2. On appelle d la fonction qui, à la durée de marche t (en heures) fait correspondre la distance parcourue (en km). Exprimer $d(t)$ en fonction de t .

19 Le tissu est vendu à la coupe : 7,50 € le mètre linéaire plus 2 € pour la coupe (quelle que soit la longueur choisie).

1. Quel est le prix payé pour 5 m de ce tissu ?

2. On appelle p la fonction qui, à la longueur x (en mètres) de tissu acheté, fait correspondre le prix (en euros). Exprimer $p(x)$ en fonction de x .

20 Soit le programme de calcul suivant.

Choisir un nombre.
Soustraire 7.
Multiplier le résultat par le nombre initial.

On appelle g la fonction qui, au nombre x de départ, fait correspondre le résultat du programme.

1. Compléter.

$g : 0 \mapsto$ _____ $g : 5 \mapsto$ _____

2. Exprimer $g(x)$ en fonction de x .

3. Est-il vrai que 18 a pour antécédent 9 par la fonction g ? Justifier.

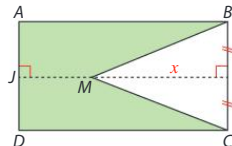
21 **MODE EXPERT**

L'unité de longueur est le centimètre.

$ABCD$ est un rectangle tel que $AB = 6$ et $AD = 3$.

I et J sont les milieux respectifs de $[BC]$ et $[AD]$.

M est un point variable du segment $[IJ]$ tel que $MI = x$.



1. a. Quelle est la plus petite valeur possible pour x ?

b. Quelle est la plus grande ?

2. Exprimer l'aire du triangle MBC en fonction de x .

3. On appelle $\mathcal{A}$ la fonction qui, à la longueur x , fait correspondre l'aire du pentagone $ABMCD$. Exprimer $\mathcal{A}(x)$ en fonction de x .

22 **MODE EXPERT**

Soit x un nombre strictement positif.

On considère un pavé droit de dimensions x , $2x$ et $3x$ (en centimètres).

1. Quel est le volume du pavé droit si $x = 2,5$?

2. On appelle $\mathcal{V}$ la fonction qui, au nombre x de départ, fait correspondre le volume du pavé. Exprimer $\mathcal{V}(x)$ en fonction de x sous la forme la plus simple possible.

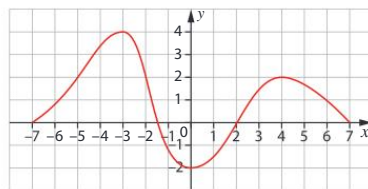
3. Déterminer l'antécédent de 750 par la fonction $\mathcal{V}$ et interpréter le résultat.



23 Parcours ceinture jaune

1. Quelle est l'image de 5 par la fonction f définie par $f(x) = 3x + 1$? _____
2. $f(x) = -2x^3 + 1$.
Que vaut $f(5)$? _____
3. 3 est-il un antécédent de 10 par la fonction g définie par $g(x) = x^2 + 1$? _____

4. Voici la représentation graphique d'une fonction f .



- Quelle est l'image de 4 par f ? _____
- Quel est l'antécédent de -2 par f ? _____

24 Parcours ceinture verte

1. Quelle est l'image de -3 par la fonction h définie par $x \mapsto x^2 - 3$? _____
2. $g(x) = 2 - 3x$. Quelle est l'image de $\frac{2}{3}$ par g ? _____
3. 20 est-il un antécédent de 3 par la fonction g définie par $g(x) = 3x^2 - 2x$? _____
4. Soit la fonction h définie par $x \mapsto x^2 + 2$. Compléter le tableau de valeurs.

x	-3	-1	0	4
$h(x)$				

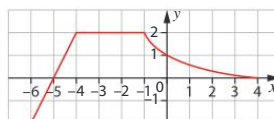
5. La représentation graphique d'une fonction g passe par les points $A(-3 ; 5)$ et $B(2 ; 5)$.

- Peut-on affirmer que $g(5)$ est égal à -3 ? _____
- L'image de 2 par la fonction g est-elle 5 ? _____
- -3 et 2 sont-ils des antécédents de 5 par la fonction g ? _____

25 Parcours ceinture noire

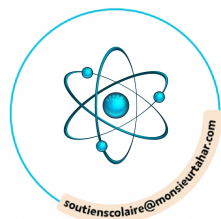
1. g est la fonction qui, à un nombre, associe la somme de son carré et de son double.
Quelle est l'image de -6 par g ? _____
2. $f(x) = (1 - 3x)^3$.
Calculer $f(2)$. _____
3. Quel est l'antécédent de -2 par la fonction $h : x \mapsto -2x + 5$? _____

4. Voici la représentation graphique d'une fonction g .



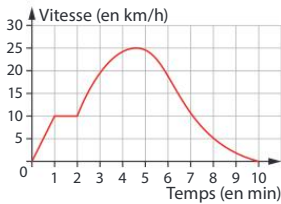
- Quels sont les antécédents de 0 par la fonction g ? _____
- Citer deux nombres qui ont la même image non nulle. _____

Problèmes



26 Tours de piste Représenter, Modéliser

Ce graphique représente la vitesse d'un cycliste sur une piste en fonction du temps.



- Quelle est la durée du parcours ?
- Quelle est la vitesse du cycliste au bout de :
 - 3 minutes ?
 - 7 minutes ?
- Quelle est la vitesse maximale du cycliste ?
- Que s'est-il passé durant la 2^e minute ?
- On appelle v la fonction qui, à un temps (en min), fait correspondre la vitesse du cycliste (en km/h) à ce moment. Compléter.
 - $v(\text{ }) = v(\text{ }) = 0$
 - L'image de 6 par v est
 - Les antécédents de 15 par la fonction v sont environ et

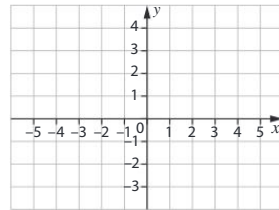
27 Avec un tableau Représenter, Communiquer

On donne le tableau de valeurs d'une fonction f .

x	-5	-3	-1	0	1	3	5
$f(x)$	-3	0	3	4	3,5	3	2,5

- Compléter.
 - $f(-3) =$ et $f(0) =$
 - 0 est de -3 par f .
 - 1 et 3 sont des de 3 par f .
 - $f(\text{ }) = 2,5$

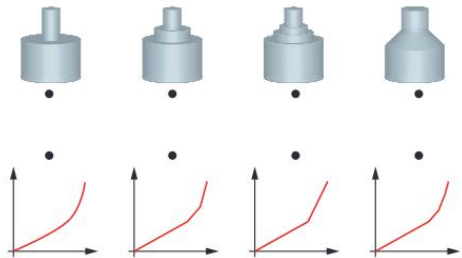
- Placer les sept points donnés par le tableau et tracer une représentation graphique possible pour la fonction f pour x compris entre -5 et 5.



28 Remplissages Représenter, Raisonner

On dispose de quatre flacons que l'on remplit d'eau. Pour chacun d'eux, on représente graphiquement la hauteur d'eau en fonction du volume d'eau versé.

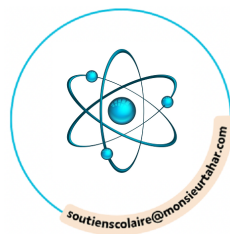
- Associer chaque flacon à sa représentation graphique.



29 Programme de calcul Représenter, Calculer

On appelle p la fonction qui, à tout nombre x , fait correspondre le produit de ce nombre par la somme de sa moitié et de 7.

- Écrire une expression algébrique de $p(x)$.
- Calculer $p(-6)$.
- Vérifier qu'un antécédent de 0 par p est -14.



30 Panier !

Représenter, Modéliser, Calculer

Amateur de basket, Mike tente un panier mais rate le panneau. La hauteur du ballon (en m) en fonction du temps t (en s) est modélisée par la fonction h définie par :

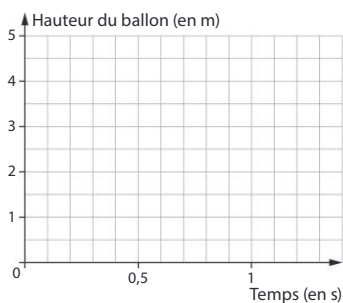
$$h(t) = -8t^2 + 8t + 2,5.$$

1. Calculer $h(0)$. Que peut-on en déduire pour le ballon ?

2. En utilisant la calculatrice, compléter le tableau de valeurs suivant.

t	0	0,3	0,4	0,5	0,6	1	1,25
$h(t)$							

3. Tracer ci-dessous la représentation graphique de la fonction h . Au bout de combien de temps le ballon touche-t-il le sol ?



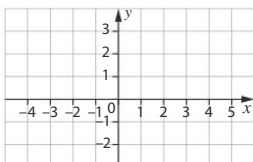
31 Hypothétique courbe

Représenter

On considère une fonction g définie pour des valeurs de x comprises entre -4 et 5 .

Tracer une représentation graphique possible de la fonction g sachant que :

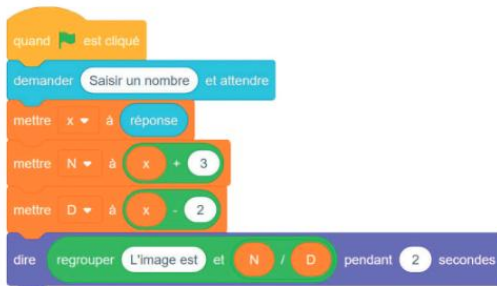
- $g(2) = 3$;
- 0 a pour image 2 par la fonction g ;
- 0 a pour antécédents -4 ;
- 3 et 5 par la fonction g ;
- l'image par g de 4 est -2 .



32 Avec Scratch

Modéliser, Calculer, Communiquer

On considère le script suivant.



1. Qu'annonce le lutin :

- a. si l'utilisateur saisit 4 ?

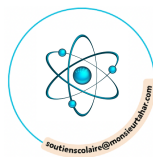
- b. si l'utilisateur saisit -3 ?

2. Pourquoi le calcul est-il impossible si l'utilisateur saisit 2 ?

3. Ce script peut être modélisé par une fonction f . Donner une expression algébrique de $f(x)$, où x représente le nombre saisi au départ.

4. Vérifier que 7 est un antécédent de 2 par la fonction f .

5. Démontrer que, quel que soit le nombre saisi, le lutin ne pourra jamais dire 1 .

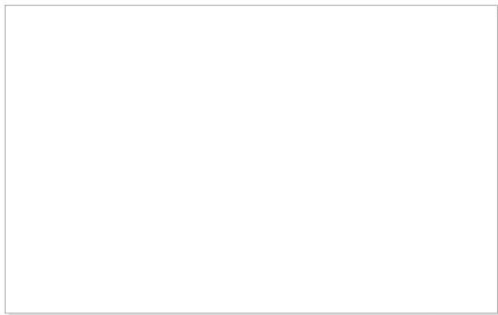


33 Mêmes aires

Modéliser, Représenter, Calculer

L'unité de longueur est le centimètre. M est un point variable sur un segment $[AB]$ de longueur 5 tel que $1 \leq AM \leq 3$. On appelle x la longueur AM . D'un côté du segment $[AB]$, on trace le carré $AMNO$, et de l'autre, le triangle MBC rectangle en M tel que $MC = x$.

1. Construire la figure dans le cas où $x = 1,5$.

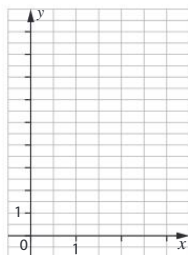


2. On appelle f et g les fonctions qui, au nombre x (compris entre 1 et 3), font correspondre respectivement l'aire du carré $AMNO$ et l'aire du triangle MBC . Exprimer $f(x)$ et $g(x)$ en fonction de x .

3. Compléter le tableau de valeurs ci-dessous.

x	1	1,5	2	2,5	3
$f(x)$					
$g(x)$					

4. Tracer ci-contre les représentations graphiques des fonctions f et g pour x compris entre 1 et 3.



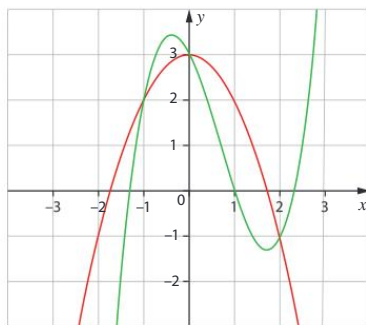
5. Déterminer graphiquement la valeur de x pour laquelle $AMNO$ et MBC ont la même aire.

34 Deux fonctions

Représenter, Calculer

On a représenté ci-dessous graphiquement les fonctions g et h définies par :

$$g(x) = x^3 - 2x^2 - 2x + 3 \quad \text{et} \quad h(x) = -x^2 + 3.$$



1. Calculer $h(1)$. De quelle couleur est représentée la fonction h ? Justifier.

2. Lire graphiquement les images de 0 et 1 par la fonction g .

3. Vérifier par le calcul que -1 est un antécédent de 2 par les deux fonctions.

4. Déterminer graphiquement les valeurs de x telles que $g(x) \geq h(x)$.

5. Compléter.

Si $-2 \leq x \leq 2$, alors $\underline{\hspace{2cm}} \leq h(x) \leq \underline{\hspace{2cm}}$.

Tâche complexe

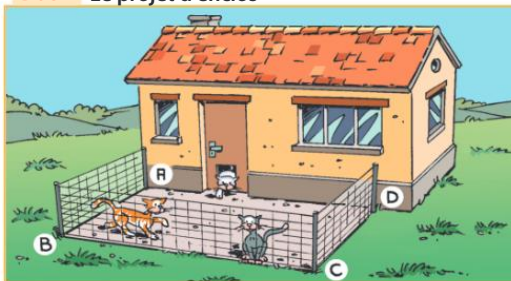
35 Léa réalise un enclos pour permettre à ses chats d'être en extérieur en journée sans risque. Elle achète un rouleau de 25 m de grillage (Doc 1). Elle va le dérouler sur trois côtés, sans le couper, pour former un rectangle (Doc 2) contre le mur de sa maison.

Doc 1 Le grillage



Rouleau de 25 m de grillage / H. 1,5 m
65,90 € l'unité En stock

Doc 2 Le projet d'enclos



► Comment Léa doit-elle choisir cette longueur AB pour que l'aire de l'enclos soit maximale ?
On pourra appeler x la longueur AB (en mètres) et étudier la fonction qui, à x , associe la surface de l'enclos.



Le jeu

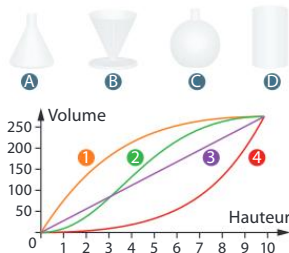
Domino

Le jeu se joue à 2 ou 3, chacun son tour. Tous les dominos sont accessibles (à recopier sur une languette de papier), face écrite visible, et les joueurs doivent tour à tour poser un domino. Chaque domino bien placé rapporte 1 point ; une erreur rapporte 0 (et le domino est alors remis dans la pioche).

Domino 1	$x \mapsto x^3 + 1$	$-1 \mapsto -3$
Domino 2	$x \mapsto 2x + 3$	$3 \mapsto -3$
Domino 3	$x \mapsto (x + 1)^2 - 3$	$-3 \mapsto 17$
Domino 4	$x \mapsto 3 + 2x + x^2$	$-1 \mapsto 0$
Domino 5	$x \mapsto 2x^2 - 1$	$-1 \mapsto 1$
Domino 6	$x \mapsto 3 - 2x$	$-2 \mapsto 1$
Domino 7	$x \mapsto \frac{6}{2 + x^2}$	$1 \mapsto 6$

Le défi

Récipients



Les quatre récipients ont même hauteur et même volume. Relier chaque récipient à sa courbe.