

1

Reconnaitre et utiliser une fonction affine

► Une fonction f est **affine** si $f(x)$ peut s'écrire sous la forme $f(x) = mx + p$, où m et p sont deux nombres.

• La fonction $f: x \mapsto 2x + 3$ est une fonction affine.

1 Dans chaque cas, justifier que la fonction f est affine.

a. $f(x) = 5x + 12$

$f(x)$ est de la forme $mx + p$ avec $m =$ _____ et $p =$ _____, donc _____.

b. $f(x) = x - 4$

c. $f(x) = 2(3x + 0,7) - 5$

d. $f(x) = \frac{5 - 6x}{3}$

e. $f(x) = 5$

2 1. Entourer la seule fonction qui est affine et justifier la réponse.

$f: x \mapsto x(x + 5)$

$g: x \mapsto (x + 5)(x - 5)$

$h: x \mapsto 5(x + 5)$

$i: x \mapsto x^2 + 5$

2. Calculer les images de -5 et de $\frac{1}{3}$ par cette fonction.

3 g est la fonction affine définie par $g(x) = -0,5x + 3$.

1. Quelle est l'image de -11 par g ?

2. Quel est l'antécédent de 10 par g ?

On résout l'équation : _____ = 10 .

3. Montrer que les expressions algébriques des fonctions suivantes sont égales à celle de la fonction g .

$h: x \mapsto x(x - 0,5) + 3 - x^2$ et $p: x \mapsto \frac{6 - x}{2}$

4 **MODE EXPERT** 1. Chacun des programmes de calcul suivants peut être modélisé par une fonction. Écrire les expressions algébriques correspondant à ces fonctions sous la forme la plus simple possible.

Programme A

- Choisir un nombre
- Ajouter $3,5$
- Multiplier par le nombre initial

Programme B

- Choisir un nombre
- Élever au carré
- Soustraire 5

Programme C

- Choisir un nombre
- Ajouter 2
- Multiplier par -5

Programme D

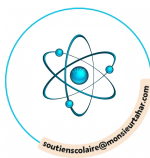
- Choisir un nombre
- Diviser par 2
- Ajouter $6,7$

2. Lesquelles de ces fonctions sont affines ? Justifier.



2

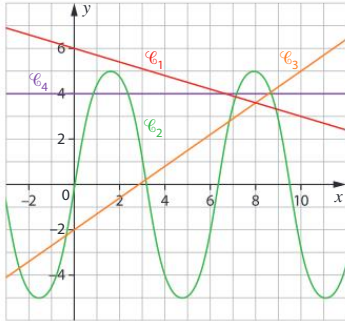
Représenter graphiquement une fonction affine



► La représentation graphique d'une fonction affine est **une droite**.

► Une droite non parallèle à l'axe des ordonnées est toujours la représentation graphique d'une fonction affine.

5 Parmi ces quatre représentations graphiques de fonctions, lesquelles sont celles d'une fonction affine ?



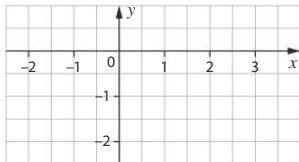
6 g est la fonction définie par $g(x) = 0,3x - 1$.

1. Quelle est la nature de la fonction g ?

2. Compléter le tableau de valeurs suivant.

x	-2	-1	0	2	3
$g(x)$					

3. Placer les points correspondants dans le repère ci-dessous et tracer la représentation graphique de la fonction g .



4. Combien de points au minimum faut-il pour obtenir la représentation d'une fonction affine ?

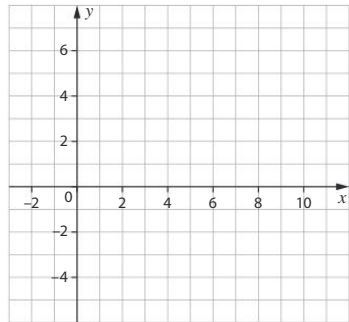
7 Quelles particularités ont les droites représentant les fonctions affines $f: x \mapsto 1$ et $g: x \mapsto -3$?

On dit que ce sont des fonctions **constantes**, car tous les nombres ont la même image.



8 **MODE EXPERT** 1. Tracer dans le repère ci-dessous les représentations graphiques des fonctions :

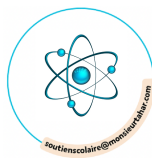
$f: x \mapsto -2x + 3$ et $g: x \mapsto x - 3$.



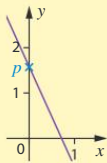
2. Déterminer graphiquement la valeur de x qui a la même image par les deux fonctions. Quelle est cette image commune ?

3. Déterminer graphiquement l'antécédent de 2 par la fonction g .

Interpréter les paramètres d'une fonction affine

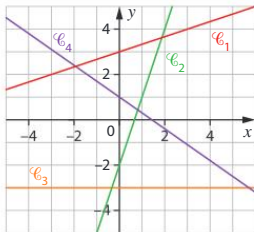


► Pour la droite représentant graphiquement la fonction $f: x \mapsto mx + p$, le nombre p s'appelle l'**ordonnée à l'origine**.



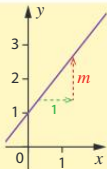
9 Associer chacune des fonctions suivantes avec sa représentation graphique à l'aide de l'ordonnée à l'origine.

- $f: x \mapsto -0,7x + 1$
- $g: x \mapsto 3x - 2$
- $h: x \mapsto \frac{1}{3}x + 3$
- $k: x \mapsto -3$

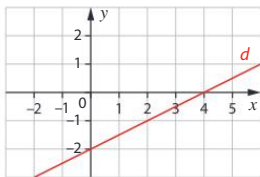


► Pour la droite représentant graphiquement la fonction $f: x \mapsto mx + p$, le nombre m s'appelle le **coefficient directeur**.

- Si $m > 0$ la droite « monte ».
- Si $m < 0$, la droite « descend ».



10 Une fonction h a pour représentation graphique la droite d ci-dessous.



1. Par lecture graphique, déterminer :

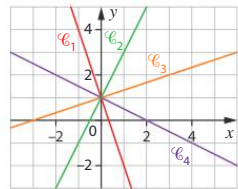
- l'ordonnée à l'origine :
- le coefficient directeur :

2. En déduire une expression de $h(x)$ en fonction de x .

3. Calculer l'image de 12 par la fonction h .

11 Associer chacune des fonctions suivantes avec sa représentation graphique à l'aide du coefficient directeur.

- $f: x \mapsto 2x + 1$
- $g: x \mapsto -3x + 1$
- $h: x \mapsto \frac{1}{3}x + 1$
- $k: x \mapsto -0,5x + 1$



12 Soit d la droite qui représente la fonction affine f définie par $f(x) = \frac{1}{5}x - 2$. Compléter.

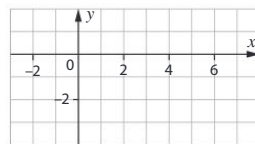
a. L'ordonnée à l'origine de d est _____ donc d passe par le point A (____ ; ____).

b. Le coefficient directeur de d est _____, donc en partant du point A , si on ajoute 1 à l'abscisse, on doit ajouter _____ à l'ordonnée pour trouver un autre point de la droite, appelé B .

Par proportionnalité, en partant de A , si on ajoute 5 à l'abscisse, on doit _____

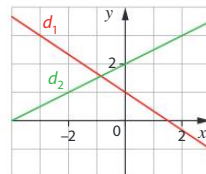
pour trouver un autre point de la droite, appelé C .

c. Placer les points A , C puis B et tracer la représentation graphique de la fonction f .



13 **MODE EXPERT**

Déterminer une expression algébrique correspondant à chacune des deux fonctions affines représentées.



► Une fonction f est une **fonction linéaire** si $f(x)$ peut s'écrire sous la forme $f(x) = mx$, où m est un nombre appelé **coefficient** de la fonction.

Une fonction linéaire f est une fonction affine car $f(x) = mx + 0$.



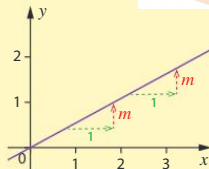
14 Dans chaque cas, montrer que la fonction f est linéaire et préciser son coefficient.

1. $f(x) = -5x$

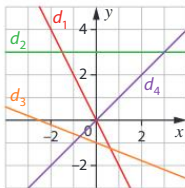
2. $f(x) = \frac{2}{3}(3x + 6) - 4$

3. $f(x) = x(-7x + 1) + 2x \times 3,5x$

► La représentation graphique d'une fonction linéaire définie par $x \mapsto mx$ est une **droite passant par l'origine**, dont le nombre m est le **coefficient directeur**.



15 1. Lesquelles de ces droites représentent une fonction linéaire ?



2. Donner une expression algébrique correspondant à chacune de ces fonctions.

16 Associer chaque fonction linéaire à l'égalité correspondante.

$f: x \mapsto -3x$ •

• $f(20) = -10$

$f: x \mapsto 0,2x$ •

• $f(1) = -3$

$f: x \mapsto -0,5x$ •

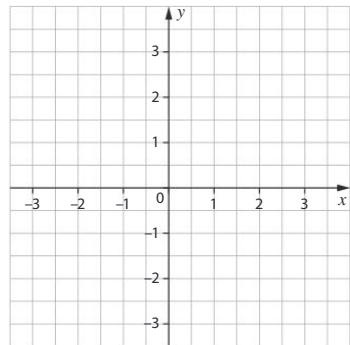
• $f(7) = 2$

$f: x \mapsto \frac{2}{7}x$ •

• $f(-10) = -2$

► Comme la représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'**origine**, il suffit de déterminer **un autre point** pour pouvoir la tracer.

17 1. Tracer les représentations graphiques des fonctions f et g définies par $f: x \mapsto -1,5x$ et $g: x \mapsto \frac{3}{4}x$.



2. La droite représentant la fonction f passe-t-elle par le point $M(120; -180)$? Justifier.

3. Déterminer l'antécédent de 300 par la fonction g .





► Une **situation de proportionnalité** de coefficient m peut se modéliser par la fonction linéaire de coefficient m .

18 $ABCD$ est un carré. f et g sont les fonctions qui, à la longueur x de son côté, font correspondre respectivement son périmètre et son aire.

1. Exprimer $f(x)$ et $g(x)$ en fonction de x .

2. Ces fonctions sont-elles linéaires ? Si oui, en préciser le coefficient.

19 Éva marche à la vitesse constante de 6 km/h.

1. Citer deux grandeurs proportionnelles liées à cette situation.

2. On appelle d la distance (en mètres) qu'elle parcourt en fonction du temps t (en minutes) de marche. Montrer que la fonction d est linéaire. Quel est son coefficient ?

20 Tous les prix des articles d'un magasin sont soldés à -20% . h est la fonction qui, au prix initial x , fait correspondre le prix soldé.

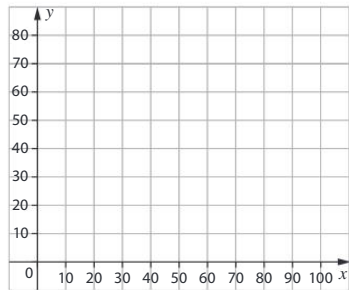
1. Exprimer $h(x)$ en fonction de x .

Réduire une quantité de $p\%$ revient à la multiplier par $1 - \frac{p}{100}$.



2. Quelle est la nature de la fonction h ? Quelle est la nature de sa représentation graphique ?

3. Tracer cette représentation graphique pour x compris entre 0 et 100.



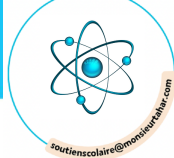
4. Déterminer graphiquement le prix initial d'un article soldé à 40 €.

21 **MODE EXPERT**

La distance à vol d'oiseau entre deux villes est 90 km. On mesure 6 cm sur une carte entre ces villes.

1. k est la fonction qui, à la distance réelle (en cm) x associe la distance (en cm) sur la carte. Pourquoi cette fonction est-elle linéaire ? Quel est son coefficient ?

2. À quoi correspond ce coefficient ?



22 Parcours ceinture jaune

1. Entourer la fonction affine.

$$f(x) = x + 1 \quad g(x) = 3x^2 + 1$$

2. Entourer la fonction linéaire.

$$f(x) = -7 + x \quad g(x) = -7x$$

3. Quel est le coefficient de la fonction linéaire h définie par $h : x \mapsto -4x$? _____

4. f est la fonction linéaire de coefficient -3 .

$$f(5) = \underline{\hspace{2cm}}$$

5. h est la fonction définie par $h(x) = 3x - 7$.

Calculer l'image de -5 par h . _____

6. $k : x \mapsto 3x$. Quel est l'antécédent de 12 par k ? _____

7. 8 est-il l'antécédent de 19 par la fonction affine

$$f : x \mapsto 2x + 3 ? \underline{\hspace{2cm}}$$

8. La représentation graphique de la fonction g définie par $g(x) = 4x - 3$ est-elle une droite qui passe par l'origine ? _____

23 Parcours ceinture verte

1. h est la fonction définie par $h(x) = 3x - 7$.

$$h(-10) = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. $l : x \mapsto 2x - 1$. Quel est l'antécédent de 9 par l ? _____

3. f est la fonction linéaire de coefficient $\frac{2}{3}$.

$$f(12) = \underline{\hspace{2cm}}$$

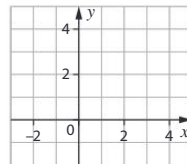
4. 9 est-il un antécédent de $-65,5$ par la fonction

$$f : x \mapsto -7x - 2,5 ? \underline{\hspace{2cm}}$$

5. Quel est le coefficient de la fonction affine définie par $f(x) = 3 - x$? _____

6. $f : x \mapsto -3(x + 2) + 6$ est-elle une fonction linéaire ? _____

7. Tracer les représentations graphiques des fonctions f et g définies par $f(x) = 0,5x$ et $g(x) = -x + 2$.



8. La représentation graphique d'une fonction f est une droite passant par $A(0; 3)$ et $B(1; 5)$. Exprimer $f(x)$ en fonction de x . _____

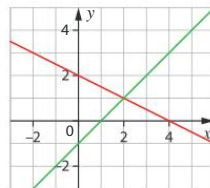
24 Parcours ceinture noire

1. Quel est l'antécédent de 5 par la fonction h définie par $h(x) = -2x + 3$? _____

2. Quelle diminution en pourcentage traduit la fonction $l : x \mapsto 0,54x$? _____

3. Une droite passe par les points $A(-2; 3)$ et $B(0; -1)$. Quel est son coefficient directeur ? _____

4. On a représenté ci-contre deux fonctions affines f et g . Exprimer $f(x)$ et $g(x)$ en fonction de x . _____

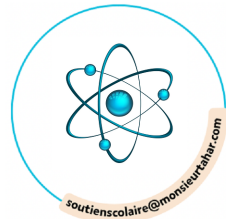


Problèmes

ceinture
jaune

ceinture
verte

ceinture
noire



25 Cordelette

Modéliser, Calculer

Dans un magasin de bricolage, on trouve l'étiquette ci-dessous pour de la cordelette vendue à la coupe.

2,23 €
le mètre

On note $P(x)$ le prix de x mètres de cordelette achetée.

1. Exprimer $P(x)$ en fonction de x .

2. Calculer $P(4,4)$. À quoi correspond ce nombre ?

3. Calculer l'antécédent de 17,84 par la fonction P .
À quoi correspond ce nombre ?

26 Tombola

Modéliser

Voici les prix des lots de tickets de tombola que l'on peut acheter.

Nombre de tickets	5	8	12
Prix en €	6,60	10,56	15,84

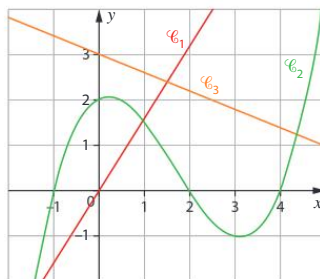
1. Le prix des tickets est-il proportionnel au nombre de tickets ?

2. On note f la fonction qui, au nombre de tickets, fait correspondre le prix. Quelle est la nature de f ?
Exprimer $f(x)$ en fonction de x .

27 Trois fonctions

Représenter, Calculer, Communiquer

$\mathcal{C}_1$, $\mathcal{C}_2$ et $\mathcal{C}_3$ sont les représentations graphiques de trois fonctions f , g et h .

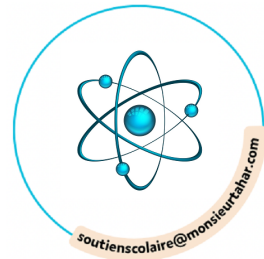


1. Une de ces fonctions est linéaire, laquelle ? Une autre est affine non linéaire, laquelle ? Justifier.

2. Quelle est l'image de 1 par la fonction f ?
En déduire une expression de $f(x)$ en fonction de x .

3. On donne $h(x) = -0,4x + 3$.
Déterminer par le calcul l'antécédent de 2 par la fonction h .

4. Quels sont les nombres qui ont pour image 0 par la fonction g ? Justifier graphiquement.



28 Croquettes pour chien

Modéliser, Représenter, Calculer

Voici les tarifs de deux sites internet vendant des croquettes pour chien.

Croc'ate : 3 € le kilogramme et 5 € de frais de livraison.

Wafland : 4 € le kilogramme, envoi gratuit.

1. On appelle x la masse (en kg) de croquettes commandées. Soient f et g les fonctions qui, à x , associent les prix à payer respectivement chez Croc'ate et Wafland.

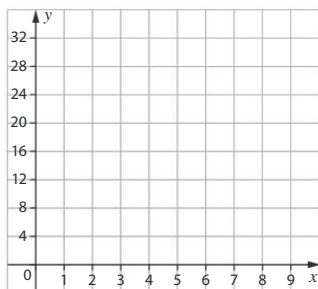
Exprimer $f(x)$ et $g(x)$ en fonction de x .

2. Quelle est la nature de ces fonctions et celle de leurs représentations graphiques ?

3. Compléter le tableau.

x	2	6
$f(x)$		
$g(x)$		

4. Tracer ci-dessous les représentations graphiques $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ des fonctions f et g .



5. Déterminer graphiquement à partir de quelle quantité achetée le tarif chez Croc'ate devient plus intéressant.

29 Scratchy a dit

Modéliser, Calculer

On donne le script suivant.



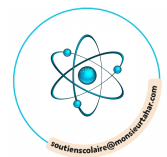
1. Qu'annonce le lutin si l'utilisateur saisit -5 ?

2. On appelle x le nombre choisi et f la fonction qui, à ce nombre, fait correspondre le résultat annoncé par le lutin.

Exprimer $f(x)$ en fonction de x et donner la nature de la fonction f .

3. Arnaud a obtenu 17. Quel nombre avait-il choisi au départ ?

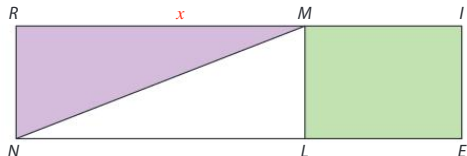
4. Quel nombre faudrait-il écrire dans l'avant dernière ligne du script à la place de -1 pour que la fonction f soit linéaire ? Justifier.



30 Aire de rien

Modéliser, Représenter, Calculer

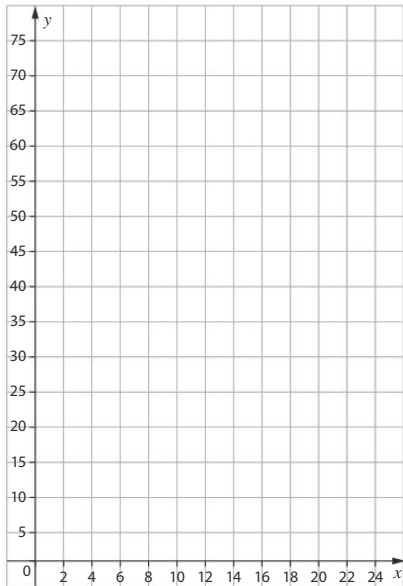
L'unité de longueur est le centimètre. *RIEN* est un rectangle tel que $RI = 24$ et $RN = 6$. M est un point de $[RI]$ tel que $RM = x$. L est le point tel que *MIEL* est un rectangle.



1. Compléter. $\dots \leq x \leq \dots$

2. On appelle t et r les fonctions qui, au nombre x , font correspondre respectivement les aires de *RMN* et de *MIEL*. Exprimer $t(x)$ et $r(x)$ en fonction de x . De quelle nature sont ces fonctions ?

3. Construire les représentations graphiques de ces deux fonctions ci-dessous.



4. Déterminer graphiquement quelle valeur de x il faut choisir pour que *RMN* et *MIEL* aient la même aire.

31 Fonction mystère

Raisonner, Calculer

f est une fonction affine dont la représentation graphique d passe par les points $A(3; 2)$ et $B(4; 5)$.

1. Déterminer par le calcul le coefficient directeur m de la droite d .

2. Déterminer par le calcul l'ordonnée à l'origine p de la droite d , puis exprimer $f(x)$ en fonction de x .

3. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite d avec l'axe des abscisses, puis avec l'axe des ordonnées.

32 Température ressentie

Calculer

On ressent davantage le froid quand le vent souffle. On peut alors calculer une « température ressentie » grâce à la formule suivante :

$$T(x) = 13,12 + 0,6215x + (0,3965x - 11,37) \times k,$$

où x est la température réelle en $^{\circ}\text{C}$ et k est un coefficient qui dépend de la vitesse du vent.

1. Quand le vent est de 50 km/h, on a $k = 1,87$. Démontrer que la fonction T est affine.

2. Quelle est la température réelle lorsque le vent souffle à 50 km/h et que la température ressentie est de 0°C ?

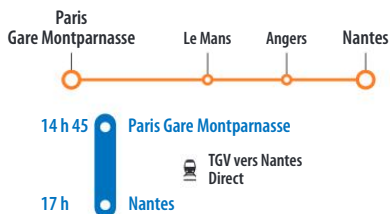
Tâche complexe

33 Alex prend le TGV de Paris à 14 h 45 vers Nantes (Doc 1). Au même moment, son cousin Paul part de Nantes en voiture pour rejoindre Paris (Doc 2). On considère que la voie ferrée et la route sont proches sur l'ensemble du parcours.

Doc 1 Trajet d'Alex

Votre trajet Paris - Nantes

340 km

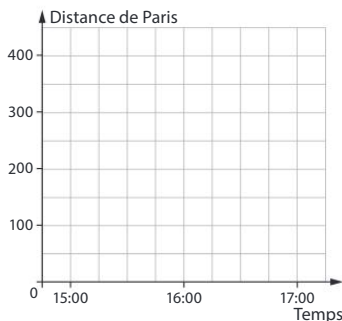


Doc 2 Trajet de Paul

Vitesse moyenne de Paul sur le trajet : 110 km/h
Arrêt de 15 minutes pour faire le plein une demi-heure après le départ.



En représentant graphiquement ces deux trajets, déterminer à quelle heure et à quelle distance de Paris les deux cousins vont se croiser.





Le jeu

Kem's

Format : deux contre deux. Le professeur donne le jeu de cartes (téléchargeable sur le Labo Indigo).

But du jeu : réunir 4 cartes de la même famille pour que son partenaire annonce « Kem's »

Au départ : chaque équipe choisit un **signe discret** pour s'avertir mutuellement.

4 cartes par personnes, 4 au centre de la table.

Au signal, on peut échanger des cartes avec celles sur la table. Quand les cartes sur la table n'intéressent plus, on les retire et on en place 4 nouvelles.

Quand un joueur possède 4 cartes de la même famille, il fait le signe à son partenaire qui annonce « Kem's ».

Si l'équipe adverse s'en aperçoit avant, elle peut dire « contre-Kem's », et elle gagne ainsi la partie.

Le défi

Des croix

Les côtés de chaque croix mesurent 1 cm.

On assemble n croix comme ci-contre. Exprimer en fonction de n le périmètre de la figure.

Ce périmètre est-il proportionnel à n ?

