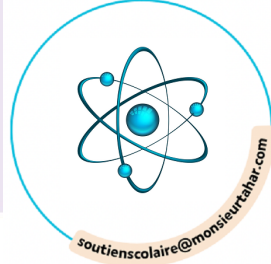


Statistiques et probabilités



1

Représenter graphiquement des données

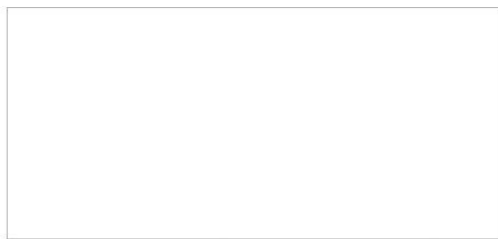
► Dans un histogramme, les hauteurs des bâtons sont proportionnelles aux effectifs.

Lorsque les données d'une série statistique prennent de nombreuses valeurs différentes, on peut les regrouper en **classes** et les représenter par un **histogramme**, dans lequel les aires des rectangles sont proportionnelles aux effectifs des classes.

1 On donne les fréquences d'apparition de couleur des yeux dans un club de sport.

Couleur	Bleu	Noir	Vert	Marron
Fréquence	25 %	15 %	10 %	50 %

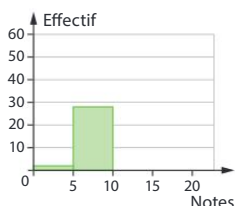
Représenter ces données par un diagramme en bâtons.



2 À l'issue d'un devoir commun de français, on obtient les résultats suivants.

Note n	$0 \leq n < 5$	$5 \leq n < 10$	$10 \leq n < 15$	$15 \leq n \leq 20$
Effectif	2	28	57	23

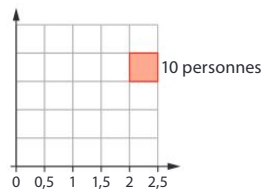
Compléter l'histogramme.



3 **MODE EXPERT** On a demandé à 100 personnes quelle quantité d'eau elles buvaient chaque jour.

Quantité q (en litres)	$0 \leq q < 0,5$	$0,5 \leq q < 1$	$1 \leq q < 2$
Effectif	35	45	20

Compléter l'histogramme représentant cette série, où chaque carreau représente 10 personnes.



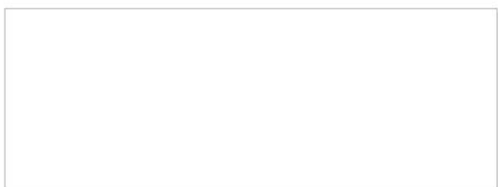
► Dans un **diagramme circulaire ou semi-circulaire**, les mesures des angles sont proportionnelles aux effectifs.

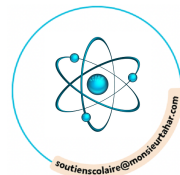
4 À un concours de pêche au large, on a réparti les différentes prises de poissons dans les tableaux suivants.

Espèce	thon	espadon	thazard
Prise en kg	144	108	36
Angle			

Espèce	daurade	Total
Prise en kg	432	720
Angle		

Compléter ces tableaux et représenter cette série par un diagramme semi-circulaire.





► La **moyenne** d'une série de données numériques est égale à la somme des produits de chaque donnée par son effectif divisée par l'effectif total.

$$\text{Moyenne} = \frac{\text{somme des produits des données par leurs effectifs}}{\text{effectif total}}$$

5 Maël a obtenu les notes suivantes en français ce semestre : 14 • 11,5 • 17 • 14,5.
Calculer sa moyenne en français ce semestre.

6 Marc a demandé aux élèves de sa classe combien de films ils avaient vus cette semaine. Voici la série statistique qu'il a obtenue :

0 • 1 • 1 • 1 • 2 • 2 • 2 • 2 • 2 • 2 • 2 • 2 • 2 • 2 • 2 • 3 • 3 • 3 • 3 • 3 • 3 • 3 • 4 • 4 • 4 • 4 • 4 • 5 • 7

En moyenne, les élèves de cette classe ont-ils vu plus de trois films cette semaine ?

7 Moa a relevé dans un magasin le nombre d'articles achetés par les clients jeudi dernier et a représenté les résultats dans un tableau.

Nombre d'articles	2	5	6	7	8	10	11	14
Effectif	8	14	16	15	12	10	6	7

Quel est le nombre moyen d'articles achetés par les clients de ce magasin ce jeudi-là ?

8 On a organisé un brevet blanc dans les deux classes de 3^e du collège. En 3^e A, il y a 32 élèves, et la moyenne est de 12,3. En 3^e B, il y a 25 élèves, et la moyenne est de 9,4.

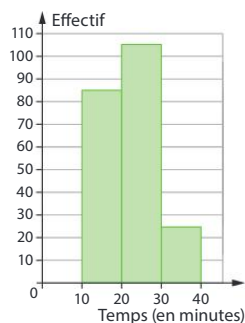
1. Pour calculer la moyenne de tous les élèves de 3^e du collège, pourquoi ne fait-on pas le calcul $\frac{12,3 + 9,4}{2}$?

2. Calculer cette moyenne.

► Pour calculer la moyenne d'une série dont les données sont regroupées en classes :

- on calcule le centre de chaque classe en faisant la moyenne des valeurs extrêmes de la classe ;
- on calcule la moyenne de la série en prenant comme valeurs les centres des classes.

9 **MODE EXPERT** Voici une représentation du temps mis par les élèves d'un collège lors du cross annuel.



1. Calculer le temps moyen de ces élèves au cross.

2. Trois amis ont réalisé les temps suivants :

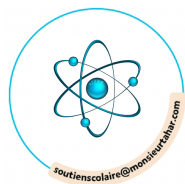
18 min 45 s • 23 min 54 s • 29 min 3 s

Calculer leur temps moyen de course en minutes et secondes. Est-il meilleur que celui du collège ?



3

Déterminer une médiane, calculer une étendue



► Dans une série ordonnée, la **médiane** est un nombre qui partage la série en deux séries de même effectif. L'**étendue** est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur.

• 2 7 10 11 14 19
3 données 3 données

médiane

Médiane : 10,5 Étendue : $19 - 2 = 17$

• 11 12 13 15 17
2 données 2 données

médiane

Médiane : 13 Étendue : $17 - 11 = 6$

10 Déterminer la médiane et l'étendue de chaque série.

a. 3 • 4 • 4 • 5 • 7 • 8 • 11

Médiane =

Étendue =

b. 12,3 • 13,5 • 16,2 • 16,4 • 18 • 21,4

Médiane =

Étendue =

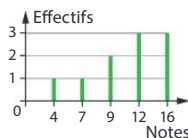
c. 3 • 9 • 10 • 5 • 6 • 9 • 9 • 8

Série ordonnée :

Médiane =

Étendue =

11 Voici les résultats obtenus par un groupe d'élèves au dernier contrôle de mathématiques.



1. Combien y a-t-il d'élèves dans ce groupe ?

2. La médiane est-elle 9 ? Justifier.

12 On a demandé à des familles le nombre d'animaux domestiques dans leur foyer.

Nombre d'animaux de compagnie	0	1	2	3	4	5
Effectif	15	8	3	2	0	2

Déterminer le nombre médian d'animaux domestiques par foyer.

13 Déterminer la médiane et l'étendue de cette série statistique.

Masse d'un biscuit (en g)	12	13	15	17	19	20
Effectif	1	4	17	4	1	3

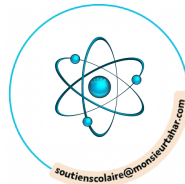
14 **MODE EXPERT** Un magasin a étudié le nombre de visites de ses 80 clients du mois dernier.

Nombre de visites	1	2	5	6	8	10
Effectif	2	4	34	27	5	8

On souhaite donner à la moitié d'entre eux, ceux qui viennent le plus souvent, une carte de fidélité.

1. Indiquer le nombre minimum de visites d'un client possédant cette carte de fidélité.

2. Quel est l'étendue de cette série statistique et que représente-t-elle pour ce supermarché ?



► Une **expérience aléatoire** est une expérience dans laquelle intervient le hasard et dont les différentes possibilités sont appelées **issues**.

15 On place les lettres du mot MATHEMATIQUES dans un sac. On pioche une lettre dans le sac.

Quelle sont les issues ?

16 On prend au hasard le nom d'un élève d'une école primaire et on regarde dans quelle classe il est.

Quelles sont les issues ?

► La **probabilité d'une issue** est un nombre compris entre 0 et 1, qui peut s'interpréter comme la « proportion de chances » d'obtenir cette issue ; la somme des probabilités de toutes les issues d'une expérience aléatoire est égale à 1.

► Si toutes les issues ont la même probabilité, on dit qu'elles sont **équiprobables**. La probabilité de chaque issue est alors égale à $\frac{1}{n}$, où n est le nombre total d'issues.

17 Dans un sac opaque on a placé les boules suivantes.



1. On tire une boule et on regarde sa couleur.

a. Quelles sont les issues ?

b. Ces issues sont-elles équiprobables ? Justifier.

2. On tire une boule et on regarde son numéro.

a. Quelles sont les issues ?

b. Donner la probabilité de ces issues.

18 On tire au hasard un jeton dans un sac contenant des jetons rouges, bleus et verts, et on regarde sa couleur. Compléter le tableau de probabilités suivant.

Issue	Rouge	Bleu	Vert
Probabilité	0,65	0,03	

19 **MODE EXPERT** Inventer une expérience aléatoire utilisant 38 jetons, dont les issues sont « bleu », « rouge », « vert » et « blanc », de manière à ce que les issues « bleu », « rouge » et « blanc » aient la même probabilité.

► Si on répète un très grand nombre de fois une expérience aléatoire, la **fréquence d'apparition** d'une issue devient proche d'un nombre qui est la **probabilité de cette issue**.

20 On lance une punaise et on regarde si elle tombe « sur la tête » ou « sur le côté ». On a effectué cette expérience 100 000 fois et on a obtenu 56 501 fois l'issue « tomber sur la tête ».



Parmi les propositions suivantes, entourer celles qui sont une estimation de la probabilité que cette punaise tombe sur sa tête.

56 501 • $\frac{56\,501}{100\,000}$ • 0,56 • 5,6 % • 56 %

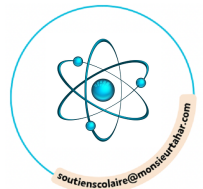
21 **MODE EXPERT** On lance 1 000 fois un dé équilibré à 20 faces dont chacune des faces comporte une des lettres suivantes : P, E, R, D et U. Voici un tableau qui présente les résultats obtenus.

Lettre	P	E	R	D	U
Effectif	98	502	247	101	52

1. Combien de faces portent la lettre U ?

2. Même question pour les lettres P, E, R et D.

Déterminer la probabilité d'un évènement



► La **probabilité d'un évènement** est égale à la somme des probabilités des issues qui le réalisent.

► Dans une expérience aléatoire où toutes les issues sont **équiprobables**, la probabilité d'un évènement A, notée $P(A)$, vaut :

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues qui réalisent l'évènement A}}{\text{nombre total d'issues}}$$

22 Un jeu de 32 cartes est composé de quatre catégories : cœur, carreau, pique et trèfle. Chaque catégorie compte huit cartes : As, Roi, Dame, Valet, 10, 9, 8 et 7. On mélange ces 32 cartes puis on pioche une carte au hasard dans le paquet.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir le Roi de cœur ?

2. Quelle est la probabilité d'obtenir un 8 ?

3. Quelle est la probabilité d'obtenir un trèfle ?

23 On lance un dé équilibré à 20 faces numérotées de 1 à 20.

1. Quelle est la probabilité de l'évènement « Obtenir un nombre multiple de 6 » ?

2. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre multiple de 5 ou de 7 ?

► L'**évènement contraire** d'un évènement A est l'évènement qui se réalise chaque fois que A n'est pas réalisé : il est réalisé par toutes les issues qui ne réalisent pas l'évènement A.

Cet évènement est noté $\bar{A}$. On a :

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1.$$

24 Un sac contient des billes bleues et noires.

On tire une bille au hasard dans le sac. La probabilité d'obtenir une bille bleue est de $\frac{7}{11}$.

Quelle est la probabilité de l'évènement N : « Obtenir une bille noire » ?

25 Kevin prend toutes les lettres déposées sur le plateau de scrabble ci-contre et les met dans un sac. Puis il pioche une lettre au hasard.



1. Quelle est la probabilité qu'il ne pioche pas de H ?

2. Quelle est la probabilité qu'il pioche un E ?

26 **MODE EXPERT** Dans l'école de Ilan, la répartition des élèves dans les grandes classes est la suivante.

	Filles	Garçons
CM1	32	26
CM2	27	35

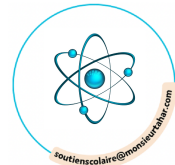
On choisit au hasard un élève dans ces grandes classes et on note F l'évènement « L'élève choisi est une fille ».

1. Quelle est la probabilité de F ?

2. Décrire l'évènement $\bar{F}$ de deux manières différentes et calculer sa probabilité.

3. On note V l'évènement « L'élève choisi n'est pas un garçon en CM1 ». Calculer la probabilité de V.

Étudier une expérience aléatoire à deux épreuves



► La succession de deux expériences aléatoires constitue une **expérience aléatoire à deux épreuves**.

► Pour étudier une expérience aléatoire à deux épreuves, on peut utiliser un **tableau à double entrée**.

27 Dans une urne contenant trois boules numérotées 1, 2 et 3, on répète deux fois l'opération « piocher une boule, noter son numéro et la remettre dans l'urne ».

1. Compléter le tableau suivant qui permet de recenser toutes les issues.

1 ^{er} tirage \ 2 ^e tirage	1	2	3
1	(1 ; 1)	(1 ; 2)	
2	(2 ; 1)		
3	(3 ; 1)		

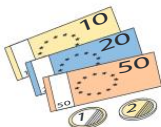
2. Combien y a-t-il d'issues ?

3. Quelle est la probabilité d'obtenir deux boules portant le numéro 3, c'est-à-dire l'issue (3 ; 3) ?

4. Quelle est la probabilité d'obtenir deux fois la même boule ?

28 Dans un porte-monnaie, il y a l'argent suivant :

Bob pioche au hasard une pièce et un billet dans ce porte-monnaie et calcule la somme obtenue.



1. Compléter le tableau à double entrée suivant.

	Billet de 50 €	Billet de 20 €	Billet de 10 €
Pièce de 1 €	51 €		
Pièce de 2 €			

2. Quelle est la probabilité d'obtenir une somme inférieure à 20 € ?

3. Justifier qu'on a une chance sur deux d'obtenir une somme multiple de 3.

29 On lance deux fois de suite une pièce de monnaie et on note à chaque lancer si elle tombe côté « Pile » ou côté « Face ».

1. Compléter le tableau à double entrée correspondant à cette expérience aléatoire.

1 ^{er} lancer \ 2 ^e lancer		
Pile		
Face		

2. Quelle est la probabilité d'obtenir deux « Pile » ?

3. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins un « Pile » ?

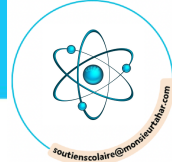
30 MODE EXPERT On pioche successivement deux boules dans l'urne ci-contre (sans remettre la 1^{re} boule dans l'urne) et on regarde leur couleur.



1. Compléter le tableau à double entrée suivant.

1 ^{re} boule \ 2 ^e boule	Jaune	Rose	Rose	Bleue
Jaune		(J ; R)		
Rose				
Rose				
Bleue				

2. Quelle est la probabilité d'obtenir deux boules de même couleur ?



31 Parcours ceinture jaune

1. Compléter le tableau.

Couleur	Bleu	Noir	Marron	Vert
Fréquence	23 %	18 %		12 %

2. Compléter.

Relevé de notes : 8 • 12 • 14 • 10

moyenne = étendue =

3. On achète 2 cahiers à 2,50 € et 3 stylos à 5 €.

Quel est le prix moyen d'un article ?

4. On pioche au hasard une boule dans l'urne et on regarde sa couleur. Quelles sont les issues ?



5. Les issues d'une expérience aléatoire sont A, R et T. Compléter.

Issue	A	R	
Probabilité	$\frac{1}{7}$		$\frac{4}{7}$

32 Parcours ceinture verte

1. Compléter le tableau et le graphique associé.

Âge	Angle
11 ans	48°
12 ans	12°
13 ans	12°
14 ans	



2. On achète quatre cahiers à 2,50 € et six stylos à

4 €. Quel est le prix moyen d'un article ?

3. On lance un dé équilibré à 12 faces numérotées de 1 à 12. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre divisible par 3 ?

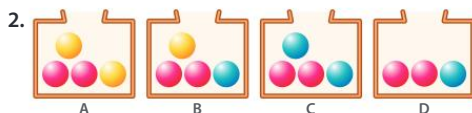
4. On lance deux fois de suite une pièce de monnaie et on note à chaque fois si elle affiche « Pile » ou « Face ». La probabilité d'obtenir deux fois « Pile » est-elle de 0,5 ?

33 Parcours ceinture noire

1. Une expérience aléatoire comporte trois issues : Rouge, Bleu et Rose.

Compléter le tableau.

Issue	Rouge	Bleu	Rose
Probabilité	$\frac{2}{5}$		$\frac{1}{10}$



On a pioché 4 000 fois dans la même urne et on a obtenu 2 006 fois une boule jaune. Dans quelle urne a-t-on pioché ?



capacités 1 à 6 avec les exercices interactifs du Labo Indigo.

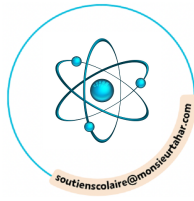


Problèmes

ceinture
jaune

ceinture
verte

ceinture
noire



34 3 ou 5

Chercher, Raisonner

On choisit un nombre entier au hasard entre 50 et 100 compris. Quelle est la probabilité qu'il contienne au moins un des deux chiffres 5 ou 3 ?

35 Tramway

Calculer, Raisonner

On a demandé à 30 usagers du Tramway le temps passé dans les transports chaque matin.

Temps en min	$0 \leq t < 10$	$10 \leq t < 20$	$20 \leq t < 30$	$30 \leq t < 40$
Effectif	4	12	8	6

1. Ces 30 usagers passent-ils en moyenne plus de 20 minutes dans les transports chaque matin ?

2. Peut-on dire que la moitié de ces usagers passent au moins 20 minutes dans les transports ? Justifier.

36 Au collège

Raisonner, Calculer

98 élèves d'un collège fréquentent le club de théâtre, 345 mangent à la cantine et 54 font les deux. Ce collège compte 400 élèves.

1. Quel pourcentage des élèves de ce collège sont externes et fréquentent le club de théâtre ?

2. Quelle est la probabilité qu'un élève pris au hasard soit externe ?

37 Couleurs

Modéliser, Représenter

Une entreprise vend des coques de téléphones portables sur internet. Il y a quatre couleurs possibles : bleu, vert, rouge et jaune. Les coques sont envoyées de manière aléatoire. Bao commande deux coques.

► Quelle est la probabilité qu'il ait au moins une coque rouge dans sa commande ?

38 Piscine à balles

Modéliser, Calculer

Des enfants jouent dans une piscine remplie de balles blanches et vertes. On mène l'expérience aléatoire suivante : un enfant doit plonger dans la piscine à balles, piocher une balle les yeux fermés puis regarder sa couleur. On a déjà fait faire l'expérience à 7 450 enfants et 2 672 enfants ont pioché une balle blanche. Lou, 5 ans, plonge dans la piscine à balle puis ferme les yeux.

► Estimer la probabilité qu'a Lou de piocher une balle verte.

39 Chambres d'hôtel

Calculer, Raisonner, Communiquer

Un hôtel propose 81 chambres sur un site Internet. Le prix des chambres augmente au fur et à mesure que l'hôtel se remplit. Sur la page Internet, un compteur indique le nombre de chambres déjà réservées.

061

Le tarif des chambres est indiqué dans le tableau ci-dessous.

Le compteur permet d'obtenir les effectifs cumulés.



Tarif	Meilleur tarif : 30 €	60 €	80 €	110 €
Nombre de chambres	10	30	25	16
Effectif cumulé	10			

L'hôtel est finalement complet.

1. Compléter le tableau ci-dessus.
2. En utilisant la dernière ligne du tableau, déterminer le prix médian d'une chambre. Interpréter ce résultat.

3. Quel est le prix moyen d'une chambre ? Arrondir au centime.

4. On choisit une chambre au hasard et on considère l'évènement A : « La chambre choisie s'est vendue à 60 € ou moins ».

- a. Quelle est la probabilité de l'évènement A ?

- b. Décrire par une phrase l'évènement $\bar{A}$ et calculer sa probabilité.

40 Tombola

Chercher, Raisonner, Calculer

Lors d'une tombola, on peut gagner une tablette, un porte-clefs ou rien du tout. Il y a quatre fois plus de chances de perdre que de gagner une tablette, et trois fois plus de chances de gagner un porte-clefs qu'une tablette.

- Quelle est la probabilité de gagner un lot ?

41 Salaires

Chercher, Raisonner, Calculer

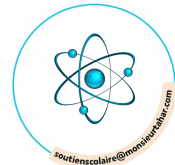
Catégorie	1	2	3	4	5
Effectif	53	23	12	10	2
Salaire (en €)	1 050	1 420	1 910	3 200	7 800

Catégorie 1 : Ouvrier simple / Catégorie 2 : Ouvrier qualifié / Catégorie 3 : Cadre moyen / Catégorie 4 : Cadre supérieur / Catégorie 5 : Cadre dirigeant

Les dirigeants décident une augmentation de 8 % du montant du salaire d'un ouvrier simple.

1. Calculer le nouveau salaire d'un ouvrier simple.

2. Calculer le pourcentage d'augmentation du salaire moyen dans cette entreprise.



L'entreprise Fret veut faire une étude sur les différences entre les hommes et les femmes parmi ses salariés.

- Analyse du nombre de femmes ayant un salaire supérieur au salaire médian des hommes.

► Établir un diagnostic des écarts de situation femmes hommes pour l'entreprise Fret en analysant les quatre indicateurs précisés dans le **Doc 4**.



Le jeu

- Le premier joueur invente les issues d'une expérience aléatoire.
- Le deuxième joueur propose une probabilité pour l'une d'entre elles.
- Le troisième joueur doit alors inventer une expérience aléatoire vérifiant ces conditions.

Le défi

Un jeu consiste à lancer deux dés à six faces, puis à calculer la différence entre le plus grand des deux nombres obtenus et le plus petit. Avant de lancer les dés, le joueur doit choisir un nombre. Il gagne si le nombre choisi est obtenu.

Quel nombre doit-il choisir pour avoir le plus de chances de gagner ? Argumenter.